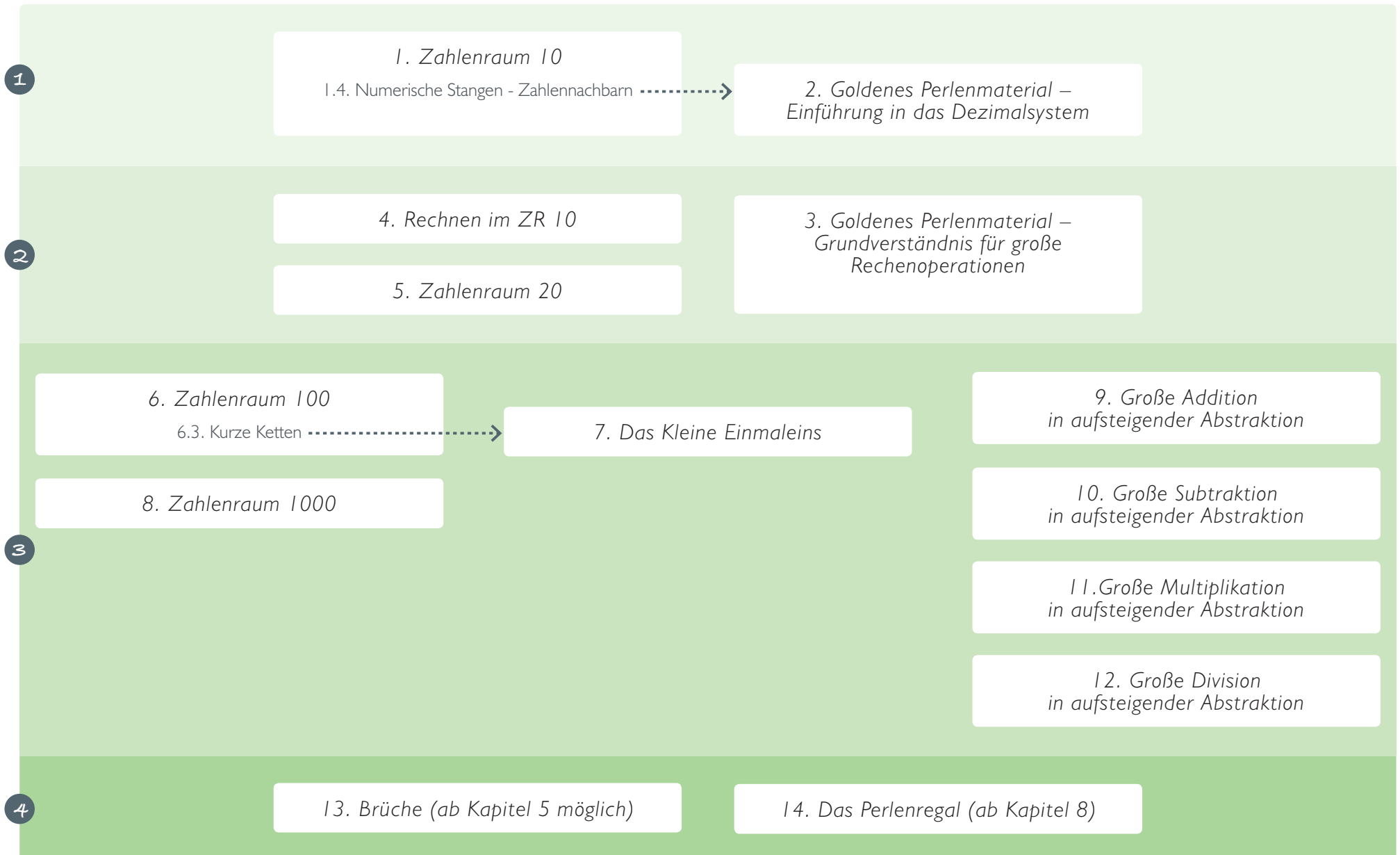




# MONTESSORI einfach klar!

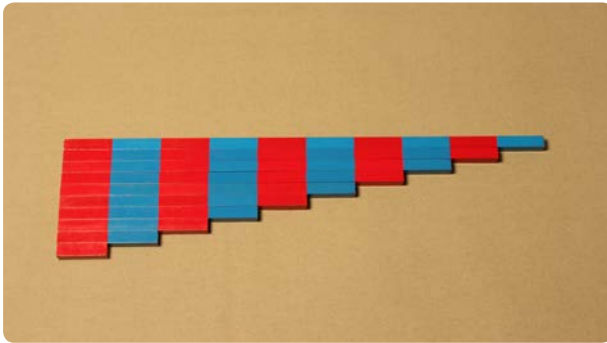
Handreichung für die Arbeit mit Montessori-Materialien  
Mathematik

# Übersichtsplan



# 1.1. Numerische Stange - Zählen

## 1. Tragen – Ordnen



- einzeln zum Teppich tragen
- ohne Ordnung ablegen
- linksbündig graduieren
- der Länge nach über jede Stange streichen
- mit der Hand die Stufen nachspüren

### Hinweis:

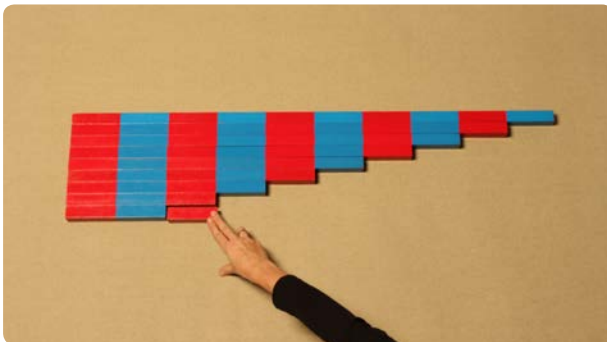
Wie bei den roten Stangen werden die Numerischen Stangen einzeln zum Teppich getragen.

Durch das Tragen zwischen den Handflächen verändert sich die Spannweite und das Muskelgedächtnis registriert einprägsam die Veränderung der Länge in Schritten von jeweils 1 Dezimeter.

Aus der Unordnung am Teppich ordnet die Leiterin mit dem Kind die Stangen linksbündig von lang nach kurz.

Damit das Kind die verschiedenen Längen nicht nur mit dem Auge wahrnimmt, wird mit der Hand jede Stange der Länge nach in Schreibrichtung entlang gestrichen.

## 2. Die kürzeste Stange geht Kontrolle



Von den Roten Stangen her weiß das Kind, wie es mit der Kürzesten überprüfen kann, ob es richtig graduieren hat.

Es lässt die kürzeste Stange „Kontrolle“ gehen.

Alter: Ab 3-4 Jahren

### Ziel: Entwicklung des Zahlbegriffs im Zahlenraum 10

Warum wählt Montessori für den Einstieg Stangen, also eine „gebundene“ Menge?

„Werden zum Zählen kleine Gegenstände benutzt, ganz gleich welcher Form, nehmen wir einmal an, kleine Würfel, warum sagt man dann eins, wenn der erste hingelegt wird, und zwei, wenn ein weiterer dazukommt und so fort? Das kleine Kind neigt dazu, eins im Zusammenhang mit jedem neu hinzugefügten Gegenstand zu sagen, also: eins, eins, eins, eins, eins anstatt: eins, zwei, drei, vier, fünf. ... Das Zusammenfassen von Einheiten, die in Wirklichkeit getrennt sind, zu einem Ganzen ist eine für das Kind zunächst nicht erfassbare geistige Arbeit.“

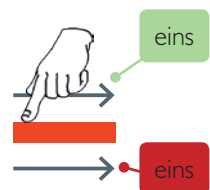
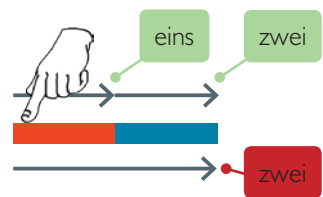
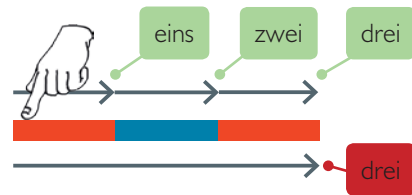
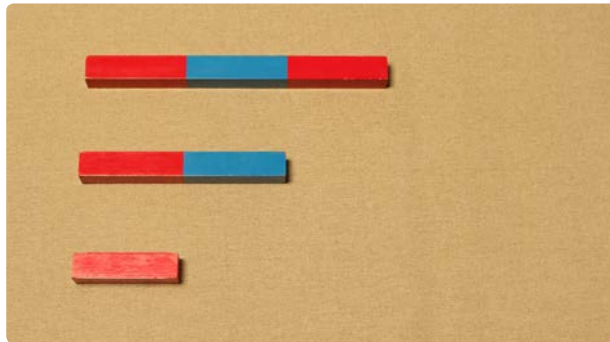
Die Entdeckung des Kindes, Maria Montessori - Gesammelte Werke, Bd. I Hrg. H. Ludwig, Herder 2010, S. 30

Wenn das Kind die kürzeste Stange (die Eins) Kontrolle gehen lässt, manifestiert sich eine fundamentale Gegebenheit, nämlich dass der Unterschied zwischen benachbarten Zahlen immer der gleiche ist, und zwar eins!

Fehlt dem Kind diese Gewissheit, bleibt sein mathematisches Gebäude instabil und brüchig.

Im nächsten Schritt werden die Abschnitte der Stangen gezählt. Ab dann stehen die Stangen für Zahlen.

### 3. Wortlektion – Zählen



#### Wortlektion:

Die Leiterin wählt mit dem Kind drei Stangen (in der Regel 1, 2 und 3).

1. Stufe:

Zuerst streicht sie über die rot/blauen Abschnitte einer Stange und zählt dazu synchron. Anschließend streicht sie in einem Zug über die gesamte Stange und nennt die Zahl. Das macht sie bei jeder Stange. „Eins - eins“, „Eins, zwei – zwei“ ...

2. Stufe:

„Zeig mir Stange 3. - Lege die Stange 2 vor den Teppich. - ...“

3. Stufe:

„Welche Stange ist das?“

Das Kind soll dabei nicht nur die Stange benennen sondern auch über die Abschnitte streichen und sie dabei zählen. Dann nochmals in einem Zug über die ganze Stange streichen und die Zahl nennen.

*Zählen - diese elementare Fähigkeit ist komplexer als man annehmen möchte.*

#### a) Schrittweises Zählen

Die Mächtigkeit einer Menge kann, wenn sie kleiner ist, auf einen Blick (simultan), oder, wenn sie größer ist, durch schrittweises Zählen erfasst werden.

Schrittweises Zählen ist ein Zusammenspiel von zwei Fähigkeiten. Das Kind muss dabei die Zahlwortreihe richtig aufsagen und synchron dazu in gleichen Schritten, auf die einzelnen Elemente zeigen (bei losen Mengen verschieben, weglegen, ...). Dies gelingt kleinen Kindern meist nicht

auf Anhieb. Es lässt sich beobachten, dass es nach einigen Zählritten seinem Impuls, die Zahlwortreihe ganz rasch aufzusagen nachgibt, und die Hand den Zahlworten nicht mehr folgen kann.

Nach dem Zählen über **die ganze Stange streichen und nochmals das Zahlwort nennen.**

Diese beinahe beiläufige Bewegung vermittelt dem Kind, dass die ganze Stange die Zahl repräsentiert und nicht nur ihr letzter Abschnitt.

Bei der Dreierstange ist der letzte Abschnitt der Dritte (der ordinale Aspekt einer Zahl), die ganze Stange steht für die Menge drei (der kardinale Aspekt einer Zahl). Montessori beugt der Gefahr der Verwechslung dieser beiden Aspekte vor, indem das erste Zählen an einer **gebundenen Menge** geübt wird. Das Kind kann gar nicht in Versuchung kommen, den dritten Abschnitt „alleine“ zu holen, wenn es aufgefordert wird, die Drei(erstange) auf den Tisch zu legen, was bei losen Mengen durchaus vorkommen kann.

#### b) Simultanes Zählen

Im täglichen Leben spielt das simultane Zählen eine wichtige Rolle. Mengen bis fünf können ohne schrittweises Zählen, also auf einen Blick, erfasst werden. Diese Fähigkeit soll genutzt und gefördert werden.

Oft scheint es, als ob man auch Mengen, die größer sind als fünf, simultan erfassen könnte. Dahinter steht jedoch ein blitzschnelles Erfassen und Addieren von Teilmengen.

Es handelt sich also um ein **quasisimultanes Zählen.** ○○○○

Sicher haben Sie die Anzahl der Kreise erfasst, ohne sie einzeln zu zählen. Welche Teilmengen haben sie gesehen? Bei Mengen von sechs bis zehn ist das quasisimultane Zählen besonders nützlich.

## 1.5. Spindeln

### Entbündeln – von der gebundenen zur losen Menge

Alter: Ab 4 Jahren



Die Leiterin beginnt die Lektion bei eins aufsteigend. Um die Bedeutung der einzelnen Schritte plastischer darstellen zu können, wird hier die Arbeit mit der Drei gezeigt.

Zu Beginn sind alle Spindeln in den Fächern. Die Leiterin zeigt auf die 3 und lässt das Kind die Zahl lesen.

Das Symbol steht für die Menge im Fach.



Dann holt sie die gebundenen drei Spindeln aus dem Fach, umfasst sie mit der ganzen Hand und wiederholt „drei“.

Die Menge ist gebunden, es sind drei.

#### Ziel:

- Mächtigkeit und Abfolge der Zahlen durch Zählen vertiefen
- Einführung der Null



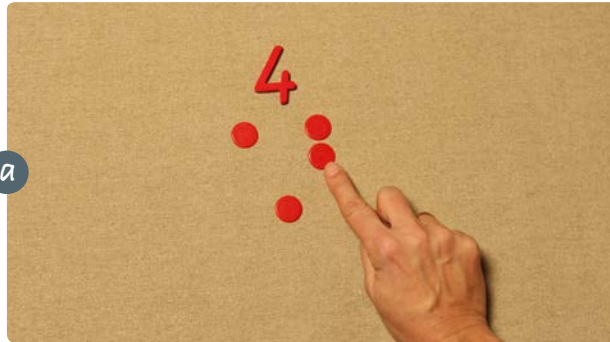
#### Diese Arbeit festigt die Zahlvorstellung:

- Zahlen sind Stationen in einer Abfolge, zugleich steigt ihre Mächtigkeit gleichmäßig an.
- Der Zuwachs ist in der Hand gut zu spüren.
- Selbstkontrolle durch die Anzahl der Spindeln (45).

*Im Unterschied zu den Numerischen Stangen ist hier die Abfolge der Zahlen noch fix vorgegeben, die Menge jedoch schon lose.*



### 3. Schritt - gerade und ungerade Zahlen



Die Ziffern und Chips liegen am oberen Rand des Teppichs. Die Leiterin holt die Vier in die Mitte und fragt: „Kannst du die vier Chips so aufteilen, dass jeder von uns gleich viel bekommt?“ Kind teilt auf.

Warum soll die Leiterin nicht einfach sagen: „Teile gerecht auf.“

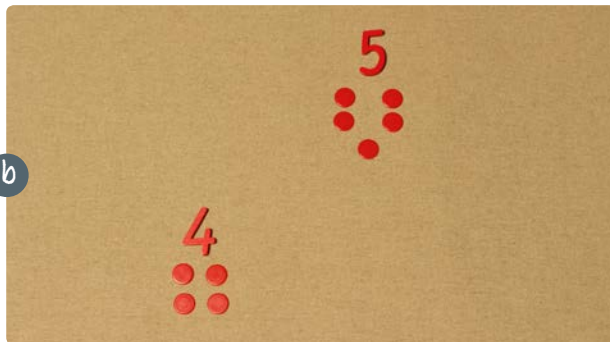
Wann ist etwas gerecht? Doch nicht nur, wenn jede/r gleich viel bekommt. Jemandem oder einer Sache gerecht werden, kann doch viel mehr bedeuten.

Beim Aufteilen würde ich „gerecht“ meiden, weil dabei unterschwellig eine sehr verengte Vorstellung von Gerechtigkeit mitschwingt. Die Formulierung „teile so, dass jede/r gleich viel bekommt“ bleibt bei der Sache, und greift nicht in die moralisch-ethische Dimension.

*Hinweis:*

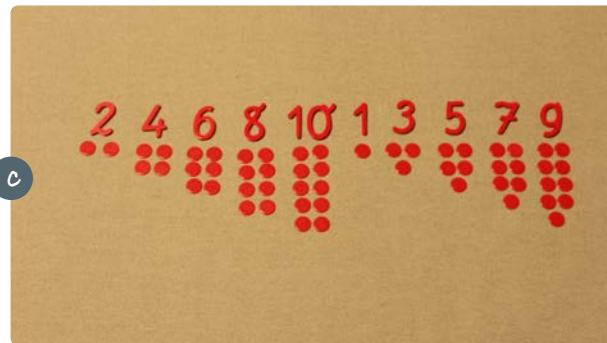
Bei den Ziffern und Chips wurden die Hilfen durch das Material um einen weiteren Schritt zurückgenommen.

Nun sind sowohl Menge und als auch Ziffern lose. Das bedeutet, dass das Kind von sich aus die gesamte Ordnung erzeugen muss.



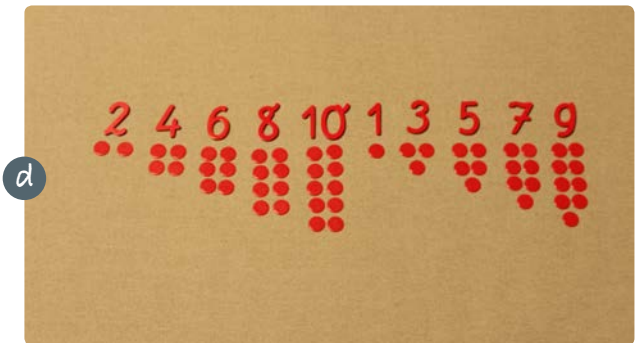
Sind die Chips verteilt, fragt die Leiterin wie viele Chips jede/r bekommen hat. Dann stellt sie fest: „Jede/r hat gleich viel bekommen. Vier ist eine gerade Zahl.“ Die 4 und die Chips werden links zur Seite geschoben.

In gleicher Weise wird dann die Fünf auf ihre Teilbarkeit untersucht.



Wieder wird besprochen, wie die Verteilung gelungen ist. Leiterin: „Fünf können nicht so verteilt werden, dass jede/r gleich viel bekommt. Fünf ist eine ungerade Zahl.“ Die Fünf und die Chips werden nach rechts zur Seite geschoben.

Auf gleiche Weise werden alle anderen Zahlen untersucht und nach links oder rechts geordnet.



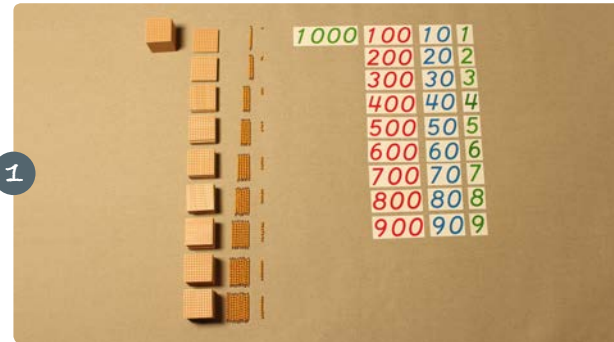
Leiterin und Kind betrachten und besprechen das Ergebnis der Untersuchung. „Was fällt dir auf?“

z.B.:

- fünf Zahlen kann man teilen
- fünf Zahlen kann man nicht teilen
- rechts bleibt immer eins über
- 8 hat 4 Pärchen, ...

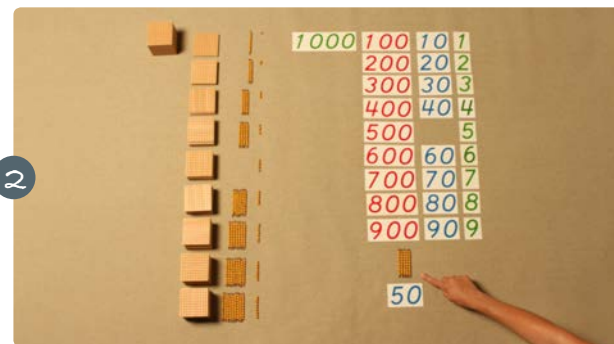
## 2.4. Goldene Perlen und großer Kartensatz

### 2.4.1. Zusammenführen von Material und Symbol

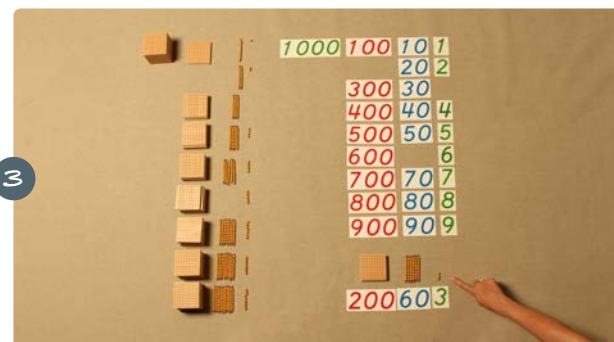


Der Kartensatz und die Perlen werden ausgelegt.

Die Leiterin legt eine Karte auf den Teppich und lässt das Kind die entsprechende Perlenmenge holen. Auch die umgekehrte Folge soll geübt werden.



„Hole so viele Perlen.“



Gleich danach können auch Karten und Perlen aus mehreren Kategorien geholt werden.

Alter: Ab 4-5 Jahren

**Ziel:**

- Koppelung von Zahlenbild und Mengenvorstellung
- Das Kind entwickelt innere Repräsentanten für große Zahlen. Es kann sich eine gut strukturierte Vorstellung von Mengen machen.



4 Reflexion und Einführung des Divisionszeichens

Die Karten des Dividenden werden nach unten geholt.

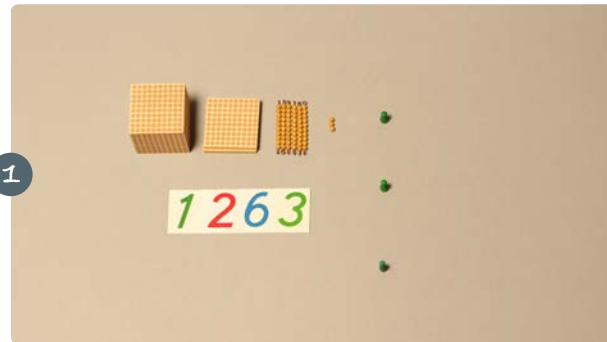
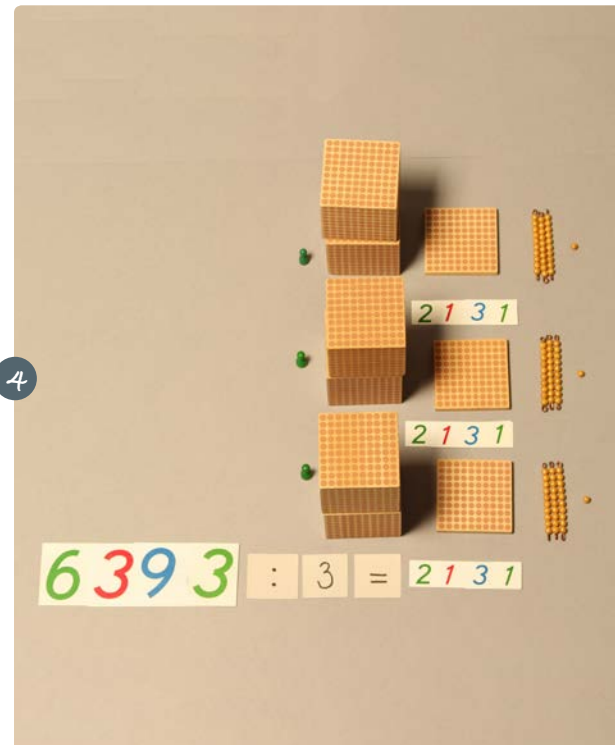
Leiterin: „Wir haben die Zahl 6 393 auf drei Kegel verteilt und wollten wissen, wie viel ein Kegel bekommt. Wir haben verteilt, wir haben dividiert.“

Nun legt die Leiterin die : 3 = Kärtchen hinter den Dividenden.

*Man spricht:*

“6 393 dividiert durch 3 gleich 2131.“

Das ist eine **Division**.“



Steigerung der Schwierigkeit

Aufgaben bei denen an einer oder mehreren Stellen nach unten gewechselt werden muss.

1 Aufgabe darstellen



2 Operation durchführen

Ein Tausender kann nicht auf 3 verteilt werden. Er wird in 10 Hunderter gewechselt.

Nun kann Stelle für Stelle verteilt und dann das Ergebnis bei einem Kegel festgestellt werden.

*Weitere Aufgabentypen:*

- Aufgaben mit Rest
- Aufgaben mit Nullstellen im Dividenden oder im Quotienten



Die beiden Zahlentreppen werden untereinander angelegt.  
Die Ziffernbrettchen liegen rechts daneben.

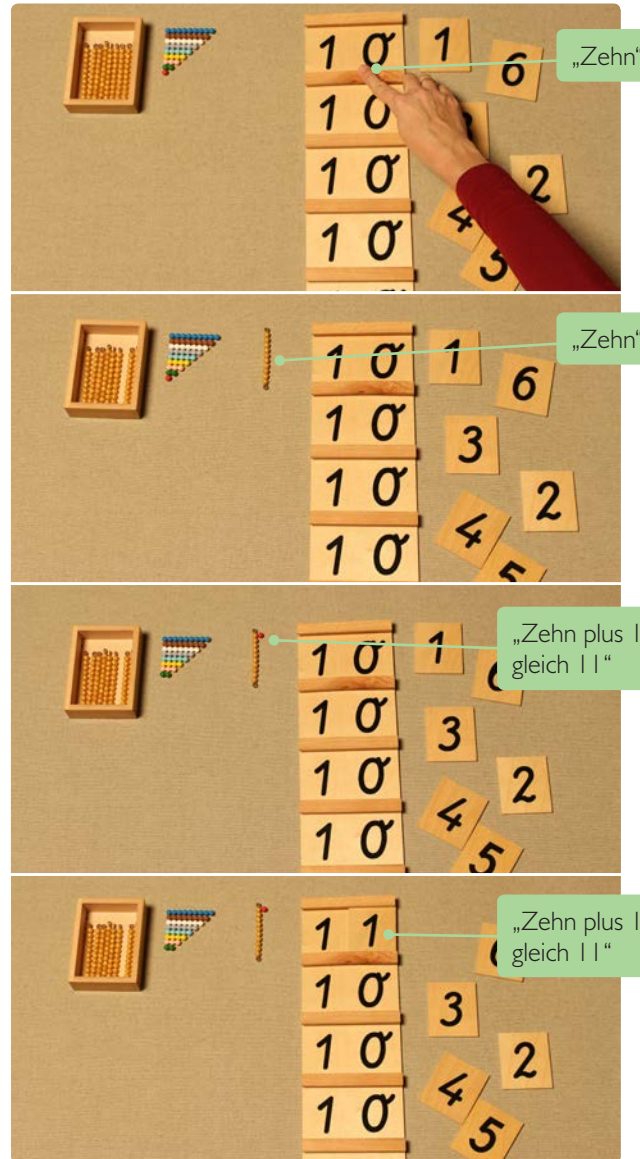
Leiterin: „Zehn plus eins ist elf“ dabei schiebt sie das  
Täfelchen mit der 1 über die 0 bei der ersten 10.

So werden auch die anderen Zahlen eingeführt.



Dann soll das Kind die Zahlen wieder zeigen  
und benennen.

### c) Menge und Zahl

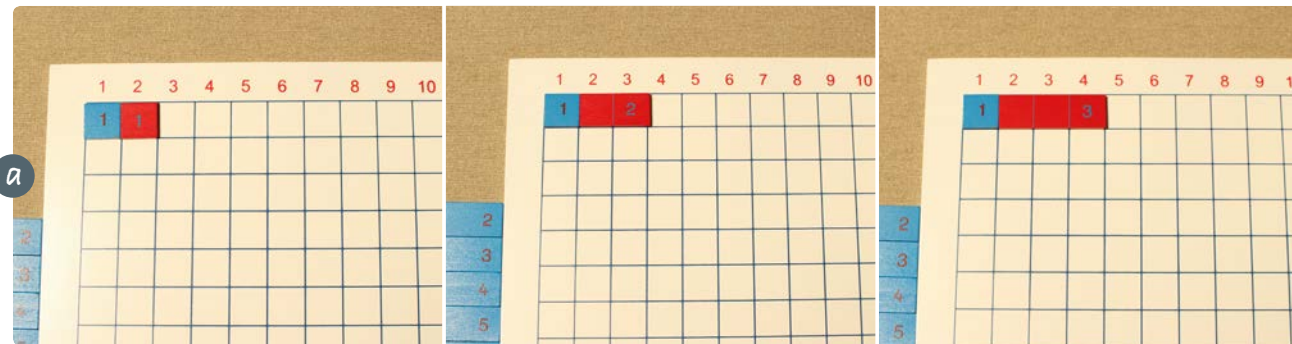


Menge und Zahl werden zugleich nebeneinander ausgelegt.  
Die Leiterin zeigt und spricht:

#### Übungen:

- **Zahlen schreiben und Mengen darstellen lassen**  
„Wie wird diese Menge geschrieben?“ → 11  
„Lege diese Zahl mit Perlen.“ → 17
- **Zahlennachbarn**  
„Lege und schreibe die Zahl,  
die um eins größer/kleiner ist.“ → 11  
„Welche Zahl gehört zwischen diese beiden?“ → 11 12

## 5.4.2. Systematisches Durcharbeiten von Additionsreihen



Erster Summand (blaue Eins) bleibt gleich, alle roten Summanden werden dazu addiert.

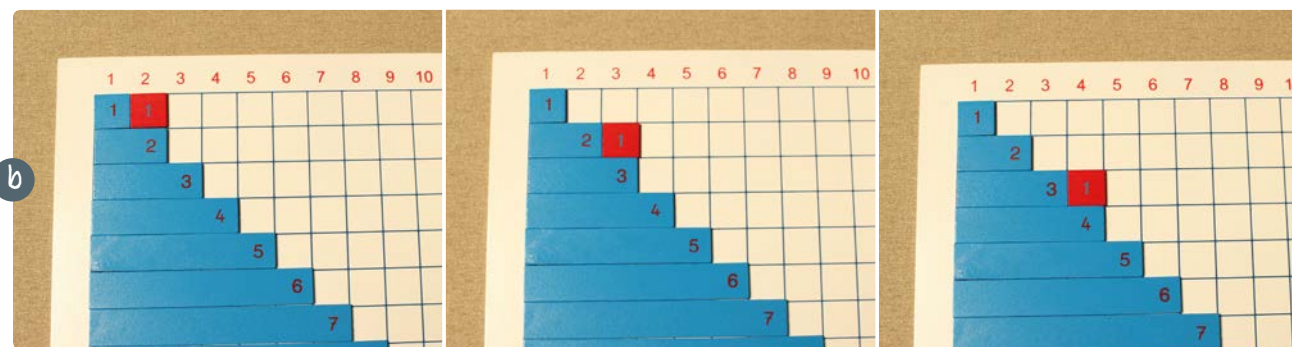
Bei diesen Reihen kann es für das Kind interessant sein, zu untersuchen, ab welcher Aufgabe der Zehner erreicht, bzw. überschritten wird. Diese könnten als neue Merkaufgaben farblich hervorgehoben werden.

$$1 + 1 =$$

$$1 + 2 =$$

$$1 + 3 =$$

➔ Download



Die blauen Summanden werden untereinander, aufsteigend in das Brett gelegt und die roten Summanden der Reihe nach dazu addiert.

Auch hier könnten die Zehnerüberschreitungen hervorgehoben werden.

$$1 + 1 =$$

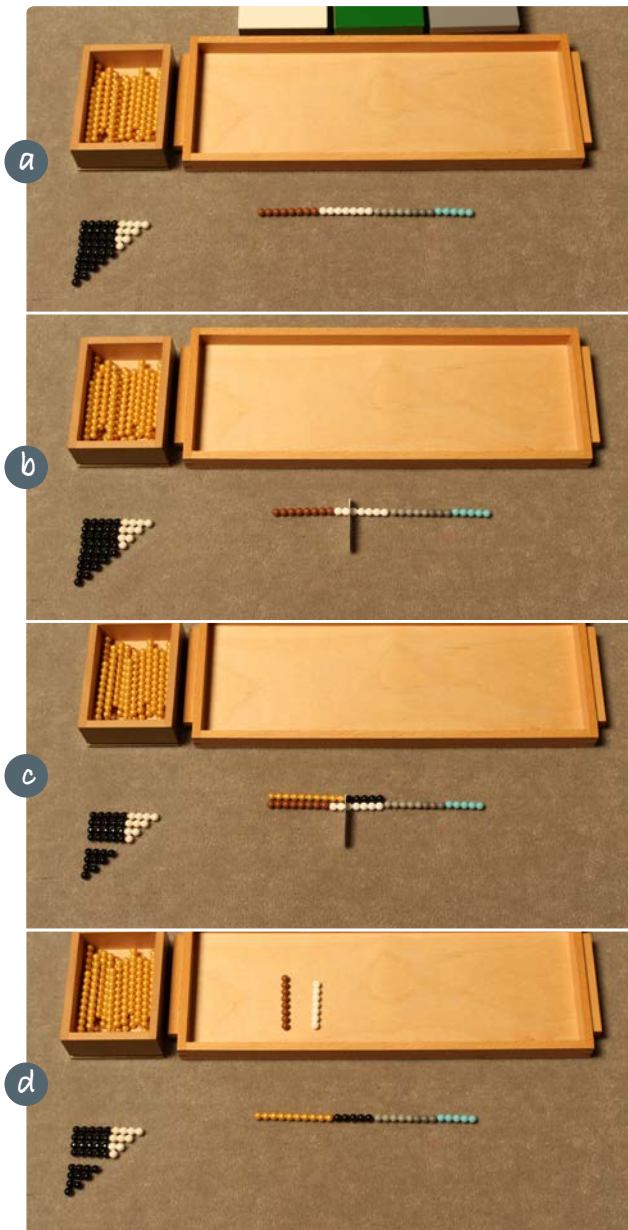
$$2 + 1 =$$

$$3 + 1 =$$

➔ Download

## 5.6. Schlangenspiel zur Subtraktion · Zehnerunterschreitung

Alter: Ab 6 Jahren



a Eine Schlange mit bunten Perlenstäbchen auslegen, dazwischen werden graue Stäbchen eingefügt, mit diesen wird minus gerechnet.

„Wir wollen wissen, wie viele Perlen in der Schlange sind. Bei bunten Stäbchen zählen wir plus bei den grauen Stäbchen minus.“

Bis zum ersten grauen Stäbchen wird wie beim Schlangenspiel zur Addition gearbeitet.

b Mit dem Reiterchen bis 10 zählen.

c In ein Zehner- und ein Platzhalterstäbchen wechseln und diese darüber legen.

d Die gewechselten bunten Stäbchen (8, 7) in das Tablett legen.

### Ziel:

- Phase der Einarbeitung:  
Unterschreiten des Zehners durch Zählen
- Phase der Reflexion:  
Erkennen der Struktur der Zehnerunterschreitung



### Zehnerunterschreitung

Auf einer ersten Ebene wird die Unterschreitung handelnd/ zählend bewältigt.

Nach einiger Geläufigkeit sollen dann die Unterschreitungen herausgehoben und besprochen und auch gerechnet werden.

„Welche Rechnung liegt da?“ - „ $15 - 8$ “

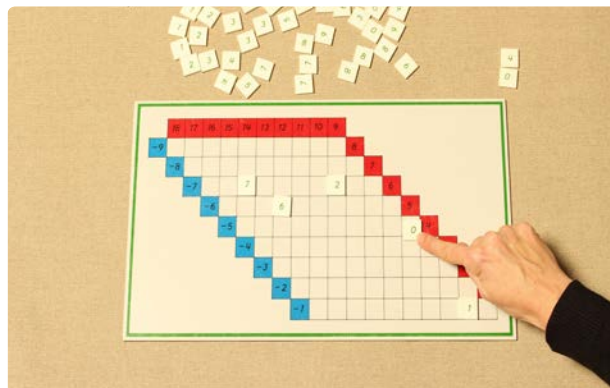
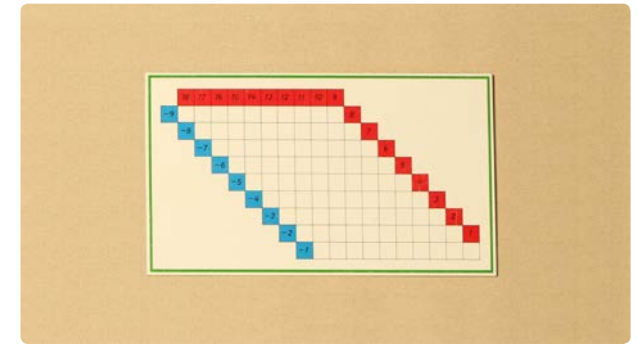
„Wie heißt das Ergebnis?“ - „7“

„In welche Teile zerfällt die 8?“ - „in 5 und in 3“





Aufgabenkasten zur Subtraktion (nur mit Ergebnissen)

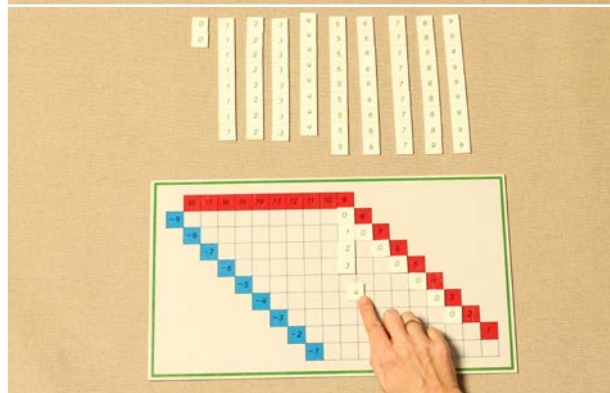


**Übungen:**

Die Ergebnisplättchen können aus der Unordnung heraus ...

*Hinweis:*

Diese Aufgabenstellung wirkt besonders vertiefend, weil die umgekehrte Denkrichtung, von der Lösung zur Aufgabe hin, geübt wird.



... oder nachdem sie vorgeordnet wurden, in die leere Tabelle gelegt werden.

5.10. *Bringe Ordnung in die Aufgaben mit Zehnerüberschreitung - vertiefende Übung*

[➔ Download](#)



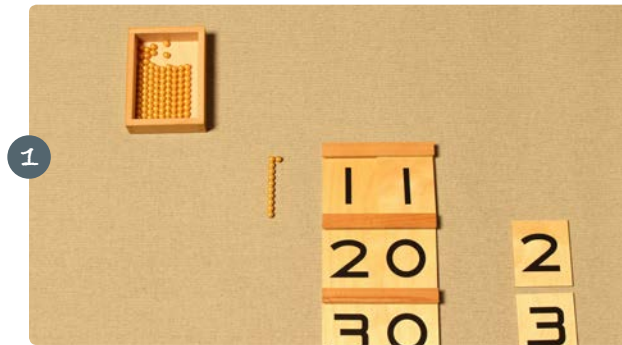
## 6. Der Zahlenraum 100

Wie in den bisher erarbeiteten Zahlenräumen geht es auch im ersten Hunderter zuerst darum, dem Kind den Aufbau einer gut strukturierten Vorstellung von diesem Zahlenraum zu ermöglichen. Das Ziel ist ein stabiles inneres Bild vom Hunderter. So soll das Kind die Zahlen als eine Addition von Zehnern und Einern verstehen lernen. Es soll erkennen, dass in jedem Zehner die Zahlen des ersten Zehners an der Einerstelle wiederkehren. Nicht zuletzt soll es beim Blick auf eine zweistellige Zahl das innere Bild von Zehnerstängen und Einerperlen aktivieren können.

Die räumliche Anordnung des Hunderters als Kette oder als Quadrat gibt jeder Zahl ihren Platz und erleichtert damit die Vorstellung ihrer Mächtigkeit.



### 6.1. Seguintafel II - die Zahlen von 10 bis 99

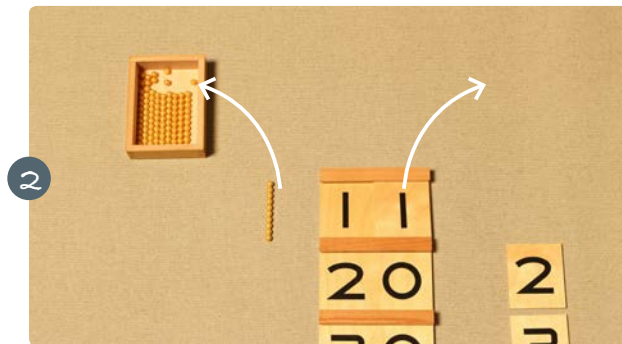


- 1 Beide Bretter werden untereinander aufgelegt.  
Die Ziffernbrettchen liegen rechts, die Perlen links davon.

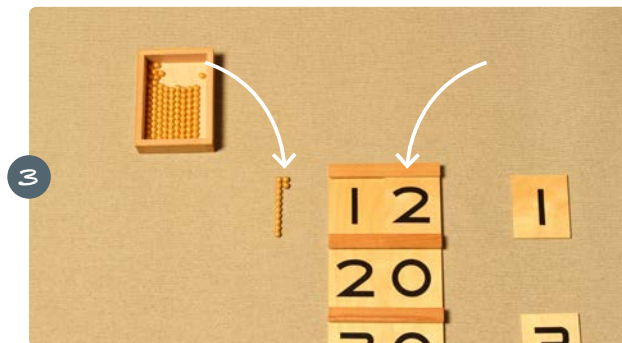
Die Leiterin zeigt auf die 10 und liest „zehn“.  
Dann legt sie ein Zehnerstäbchen links dazu.  
Nun kommt zum Zehnerstäbchen eine Einerperle:  
„zehn plus eins gleich elf.“

Danach wird das Ziffernbrettchen mit der 1 über die 0 der Zehn geschoben und wiederholt:  
„zehn plus eins gleich elf“.

Menge und Zahl liegen nun nebeneinander.



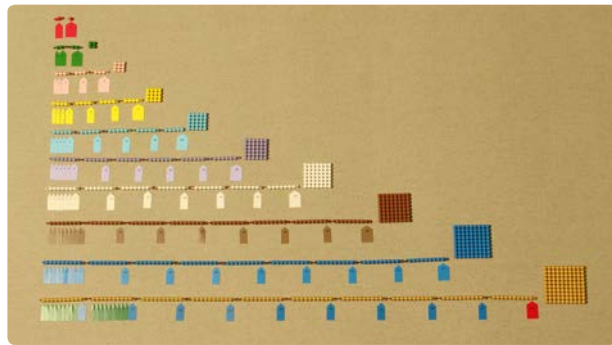
- 2 Dann Einerperle und Ziffernbrettchen (1) wieder zurücklegen.



- 3 Als nächstes werden zum Zehnerstäbchen zwei Einerperlen gelegt – „zehn plus zwei gleich zwölf.“  
Daneben kommt das Ziffernbrettchen mit der 2 über die 0 der Zehn – „zehn plus zwei gleich zwölf“.

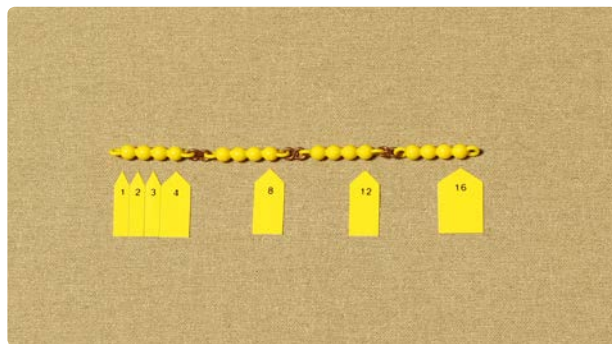
In gleicher Weise wird bis 19 fortgeföhrt.

### 6.3. Kurze Ketten



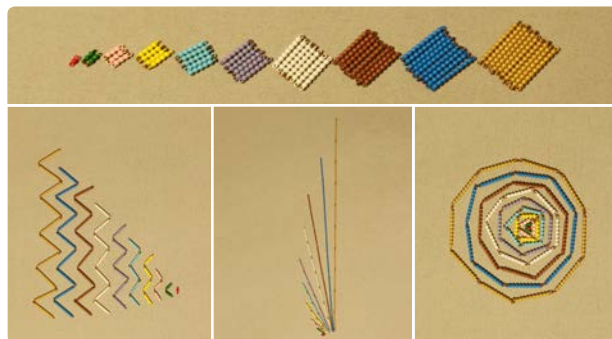
*Jede kurze Kette wird in gleicher Weise wie die Hunderterkette eingeführt.*

1. Anzahl der Perlen des zur Kette passenden Perlenstäbchens feststellen.
2. Anzahl der Perlenstäbchen in der Kette feststellen.
3. Kette zum Quadrat falten.
4. Übereinstimmung des Kettenquadrates mit dem festen Quadrat feststellen.
5. Kette auseinander ziehen und Pfeile zuordnen.



*Vorübungen zum Einmaleins: z.B. mit der Viererkette:*

- In Malschritten vorwärts/rückwärts zählen
- Zeig mir 3 mal 4. Wie heißt die Zahl?"
- Leiterin zeigt auf 20. „Wie oft mal 4 ist 20?"
- Die Quadratzahl als besondere Zahl merken.



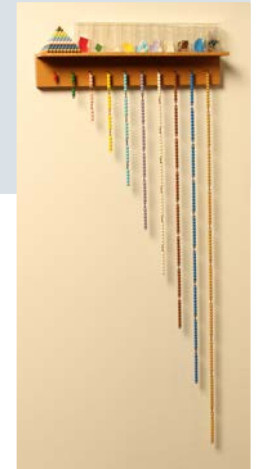
*Übungen mit allen kurzen Ketten:*

Die Ketten in verschiedenen Ordnungen zueinander auflegen.

Alter: Ab 6 Jahren

**Ziel:**

- Zählen in Malschritten bis zur jeweiligen Quadratzahl
- Erste Begegnung mit allen Ergebniszahlen des Kleinen Einmaleins



**Übungen:**

- Zahlennachbarn
- Arbeit mit Blankokärtchen

**Hinweis:**

Die Hunderterkette ist die längste der kurzen Ketten.

Die kürzeren Ketten (von 1 bis 9) reichen ebenfalls bis zur jeweiligen Quadratzahl. Beim Zuordnen der Pfeile strukturiert das Kind den Zahlenraum in Malschritten bis zur Quadratzahl.

Einerkette	1
Zweierkette	2 – 4
Dreierkette	3 – 6 – 9
Viererkette	4 – 8 – 12 – 16
Fünferkette	5 – 10 – 15 – 20 – 25
Sechserkette	6 – 12 – 18 – 24 – 30 – 36
usw. ...	

Da sich die Malzahlen in den Ketten entweder als Multiplikand oder als Multiplikator darstellen, macht das Kind schon Bekanntschaft mit allen Ergebniszahlen des Kleinen Einmaleins. (z.B. hier grau hinterlegt die Ergebniszahlen der Dreierreihe)

## 7.1. Bunte Perlenstäbchen - Malreihen erarbeiten

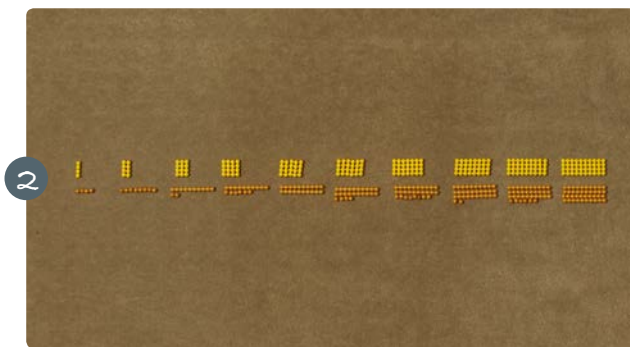
Alter: Ab 6-7 Jahren



Wenn es möchte, kann das Kind eine beliebige Reihe wählen – z.B. die Viererreihe.  
Bei dieser Arbeit erfährt das Kind, wie schon bei den goldenen Perlen, dass Multiplizieren ein Addieren von gleichen Mengen ist.  
Es legt jede Malaufgabe, errechnet das Ergebnis und stellt dieses unter der Multiplikation in goldenen Perlen (Einerperlen u. Zehnerstäbchen) dar.

### Ziel:

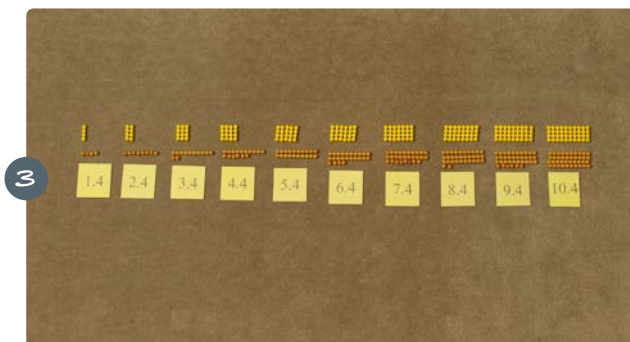
- Die Multiplikation als fortgesetzte Addition verstehen
- Den Multiplikator als eine Handlung erfahren
- Die Malreihen selbstständig erarbeiten
- Die Malreihen memorieren



Leiterin: „Gib mir einmal vier.“  
Kind legt ein Viererstäbchen senkrecht auf den Teppich.  
„Wie viele Perlen sind das?“ – „Vier.“ → „ $1 \cdot 4 = 4$ “  
Als Ergebnis werden 4 goldene Perlen waagrecht unter das Viererstäbchen gelegt.



„Gib mir zweimal vier“  
Kind legt zwei Viererstäbchen nebeneinander senkrecht auf den Teppich.  
„Wie viele Perlen sind das?“ – „Acht.“ → „ $2 \cdot 4 = 8$ “  
Das Ergebnis wird in 8 Einerperlen waagrecht unter die Viererstäbchen gelegt. Gleicher Ablauf bis  $10 \cdot 4$ .



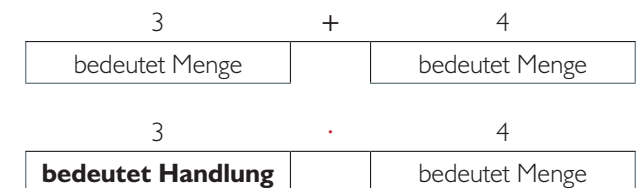
Nachdem die Reihe bis  $10 \cdot 4$  ausgelegt ist, empfiehlt es sich, das Ergebnis der Arbeit auch schriftlich festzuhalten:  
Unter jede Malaufgabe wird ein Kärtchen gelegt, die Aufgabe auf die Vorderseite und das Ergebnis auf die Rückseite geschrieben.

Daran können sich folgende Fragen anschließen:

- Kärtchen mit Aufgabenseite oben.  
„Zeig mir  $3 \cdot 4$ . Wie viel ist  $3 \cdot 4$ ?“  
Das Kind kann das Ergebnis noch am Material ablesen.  
Kontrolle durch Umdrehen des Kärtchens.

### Die Bedeutung des Malzeichens:

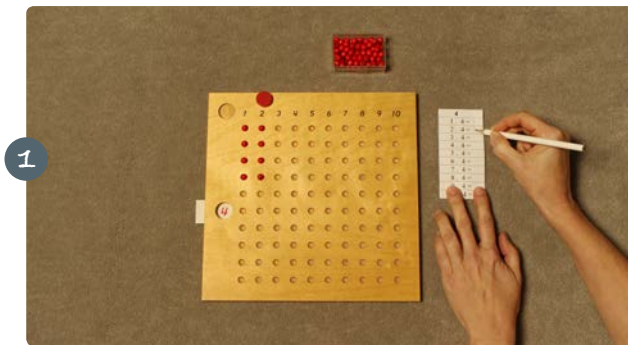
Im Tun erschließt sich dem Kind, dass die Zahl vor dem Malzeichen eine Handlung bedeutet, nämlich eine bestimmte Menge z.B. 4 mehrere Male zu nehmen.





## 7.4. Das kleine Multiplikationsbrett – Malreihen erarbeiten

Alter: Ab 6-7 Jahren



1

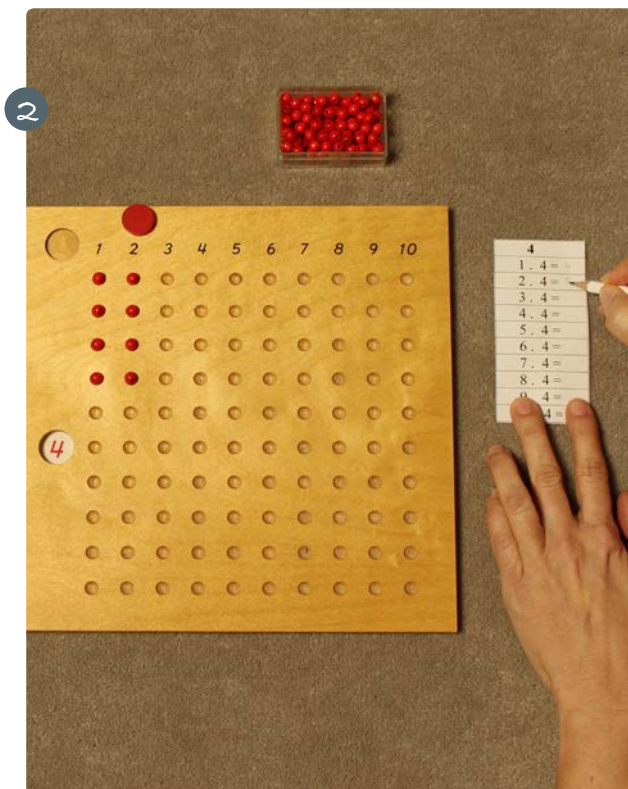
Das Kärtchen, das den Multiplikanden (4) darstellt, wird in das linke Fensterchen geschoben, der rote Chip (er steht für den Multiplikator) über die 1 gelegt.

Der Auftrag dazu heißt:  
„Lege ein mal vier Perlen in das Brett.“  
„Wie viel ist ein mal vier?“

Das Ergebnis wird im Vordruck notiert.  
Dann werden die vier Perlen wieder zurückgelegt.  
Der rote Chip wird auf zwei gelegt.

Leiterin: „Lege zwei mal vier.“  
„Wie viel ist zwei mal vier?“  
Das Ergebnis wird notiert.

Fortsetzung der Arbeit bis  $10 \cdot 4$ .  
Kontrolle mit der Kontrolltafel (siehe unten).



2

Bei den ersten Malaufgaben ist darauf zu achten, dass jedes Mal das Ergebnis (die roten Perlen) wieder aus dem Brett geräumt wird. So werden bei der folgenden Aufgabe tatsächlich dem Multiplikator entsprechend viele Perlen aufgelegt und nicht nur vier Perlen dem vorherigen Ergebnis hinzugefügt.

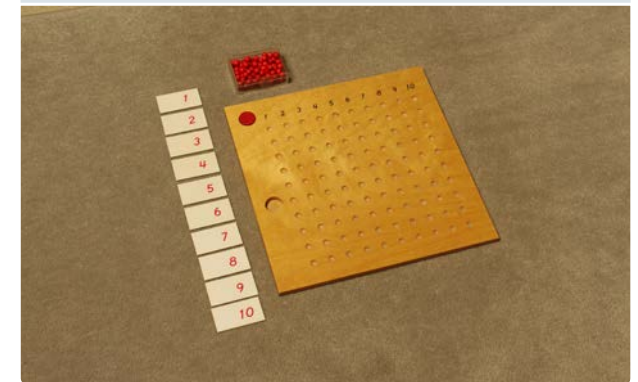
- Weiterarbeit mit dem ausgefüllten Vordruck:
- „Welche Malaufgaben fallen dir leicht? Welche hast du dir schon gemerkt?“
- „Kannst du dir Malaufgaben ausrechnen? Wie machst du das?“
- „Weißt du zu einer Ergebniszahl die passende Malaufgabe?“
- „Wie heißen die Nachbarmalaufgaben zu  $5 \cdot 4$ ?“
- „Zu welcher Malaufgabe kommst du, wenn du  $2 \cdot 4$  verdoppelst?“
- „... , wenn du  $10 \cdot 4$  halbst?“

Wenn das Kind möchte, können diese Fragen auch mit Hilfe des Materials bearbeitet werden.

### Ziel:

- Erarbeiten der Malreihen mit losen Perlen
- Untersuchen, welche Malaufgaben des gleichen Ergebnis haben.

Wenn das Kind die einzelnen Malaufgaben bearbeitet, muss darauf geachtet werden, dass es nicht im zählenden Lösungsmodus verharrt. Noch besser ist es, wenn es vom Beginn weg den Multiplikanden addiert.



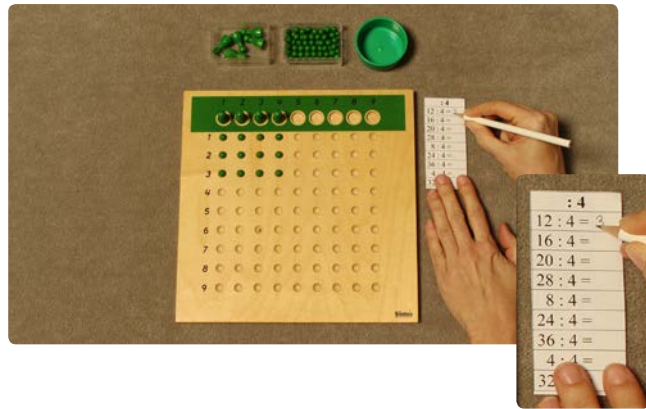
### Hinweis:

Beim kleinen Multiplikationsbrett kann sich das Kind nochmals die Malreihen erarbeiten. Im Unterschied zu den bunten Perlenstäbchen arbeitet es hier mit losen Perlen.

[➔ Download](#)



## 7.6. Das kleine Divisionsbrett



### I. Divisionen zu einer Malreihe

Teilen: Eine Menge grüner Perlen (z.B. 12) wird in das Schälchen gezählt. Diese soll auf 4 Kegel verteilt werden.

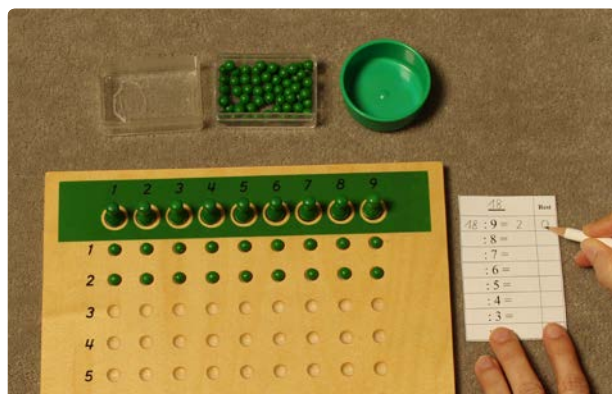
Die vier Kegel werden am oberen Rand des Brettes aufgereiht. Dann kann Zeile für Zeile verteilt, und die Frage, wie viel ein Kegel bekommt, beantwortet werden.

$$12 : 4 = 3$$

Alter: Ab 6-7 Jahren

**Ziel:**

- Die Division als ein Verteilen verstehen.
- Zahlen auf ihre Teilbarkeit untersuchen.
- Die Verbindung zwischen Malnehmen und Verteilen erfahren.

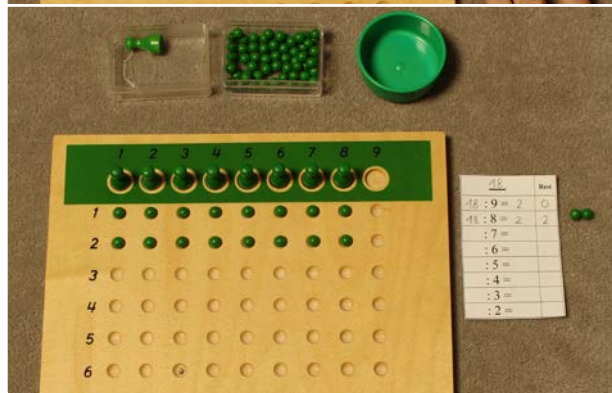


### 2. Zahlen systematisch untersuchen

In einer weiterführenden Übung können Zahlen zwischen 1 und 81 auf ihre Teilbarkeit untersucht werden.

Auftragsvordrucke helfen dem Kind, systematisch vorzugehen.

➔ Download



Für dieses systematische Untersuchen bieten sich die Malergebniszahlen besonders an. Hier sind sie in ihrer Häufigkeit angeführt.

1 2-2 3-3 4-4-4 5-5 6-6-6-6 7-7 8-8-8-8  
 9-9-9 10-10-10-10 12-12-12-12 14-14 15-15  
 16-16-16 18-18-18-18 20-20-20-20 21-21 24-  
 24-24-24 25 27-27 28-28 30-30-30-30 32-32  
 35-35 36-36-36 40-40-40-40 42-42 45-45  
 48-48 49 50-50 54-54 56-56 60-60 63-63 64  
 70-70 72-72 80-80 81 90-90 100

### Hinweis:

Beim Dividieren können zwei unterschiedliche Fragen beantwortet werden.

Bei der einen möchte man wissen, wie viel eine/r bekommt, wenn eine Menge auf mehrere verteilt wird.

**Verteilen:** Leitfrage: „Wie viel bekommt eine/r?“  
 Das Ergebnis ist eine Menge.

Bei der anderen möchte man wissen, in wie viele Gruppen eine Menge aufgeteilt werden kann, bzw. wie oft eine bestimmte Menge in einer anderen enthalten ist.

### Aufteilen oder Messen:

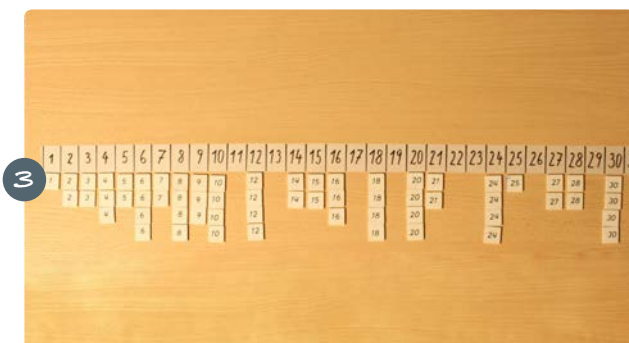
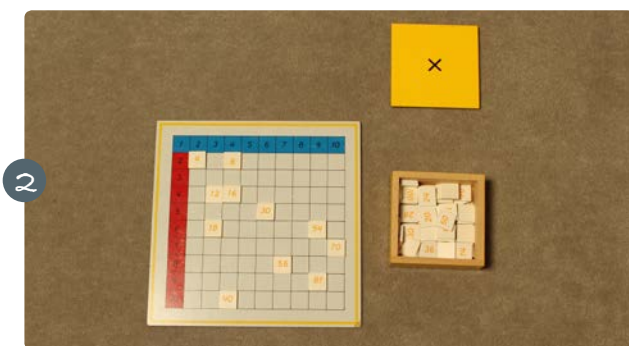
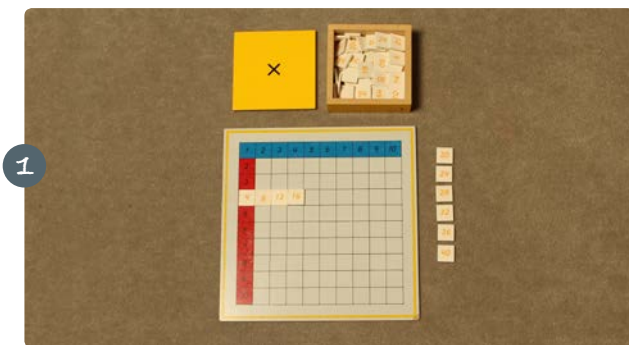
Leitfrage: „Wie oft mal ist ... in ... enthalten?“  
 Das Ergebnis ist ein „so oft mal?“.

Mit der Einführung des Teilens und Messens sollte nicht zu lange gewartet werden. Ist dem Kind die Arbeit mit den ersten Malreihen geläufig, kann mit dem kleinen Divisionsbrett geteilt und mit den bunten Perlenstäbchen gemessen werden.

Wichtig ist, dass dem Kind möglichst bald die Verbindung zu den Malreihen einsichtig wird.

$$12 : 4 = 3, \text{ weil } 4 \cdot 3 = 12$$

## 7.9. Kästchen mit Ergebnisplättchen und leere Tabelle (alternativ Pythagorasbrett)



Mit beiden, der leeren Tabelle und dem Pythagorasbrett kann gleich gearbeitet werden.

### Übung 1:

Schon ab der ersten Malreihe arbeiten Kinder gerne mit diesem Material. Sie suchen aus den Plättchen die Ergebniszahlen „ihrer“ Malreihe heraus und ordnen diese dann in die Tabelle ein.

### Übung 2:

Die Ergebnisplättchen werden aus der Unordnung in die leere Tabelle eingeordnet.

### Übung 3 mit dem Pythagorasbrett:

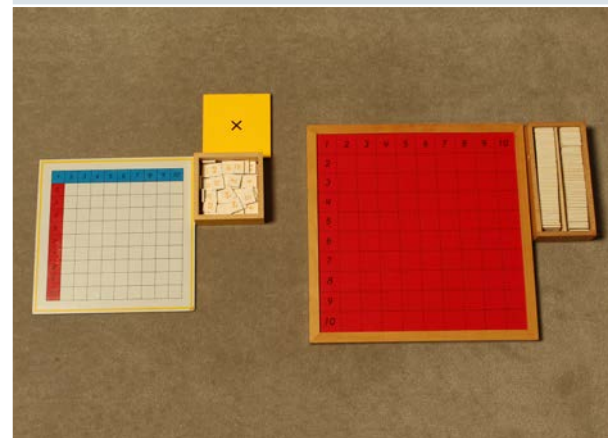
Auslegen der Ergebnisplättchen, am besten entlang eines aufgeklebten Streifens mit 100 Abschnitten in der Breite der Plättchen.

Leiterin: „Orde die Ergebnisplättchen entlang des Hunderterstreifens. Gibt es Plättchen mehrfach, so lege sie untereinander.“

Alter: Ab 7 Jahren

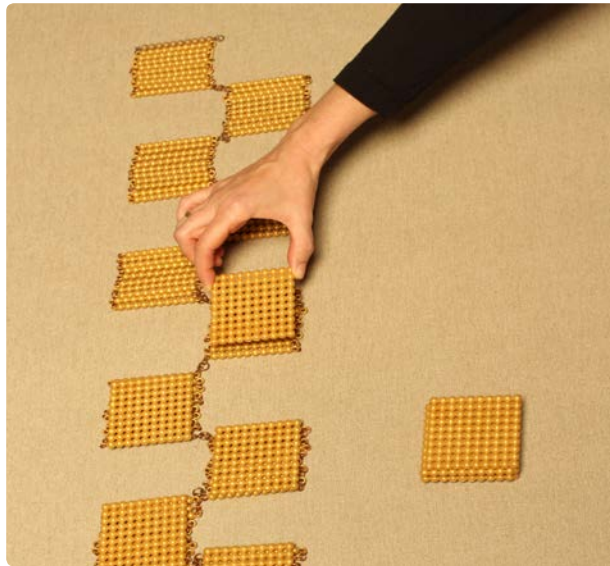
### Ziel:

Üben und Festigen aller Malaufgaben vom Ergebnis her





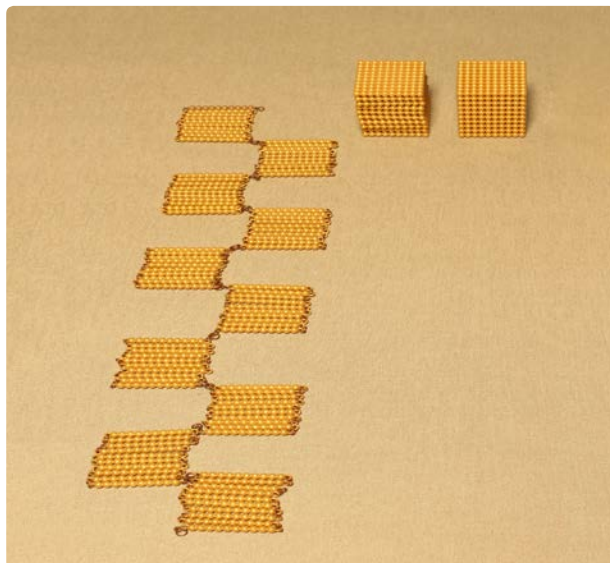
## 8.2. In der Tausenderkette die Bündelungen des Goldenen Perlenmaterials erkennen



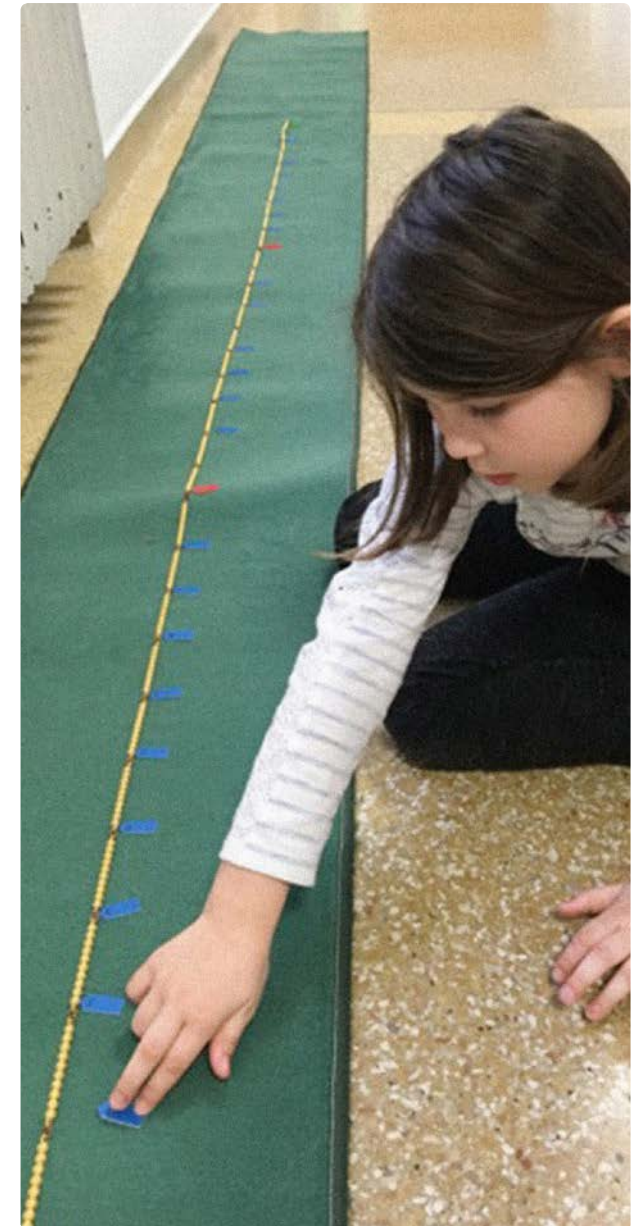
Die Tausenderkette in 10 Quadrate falten und dann 10 Hundertquadrate auf die gefalteten Hunderter legen.

„Die Tausenderkette hat 10 Hunderter.  
In der Tausenderkette sind genauso viele Perlen wie in 10 Hundertern.“

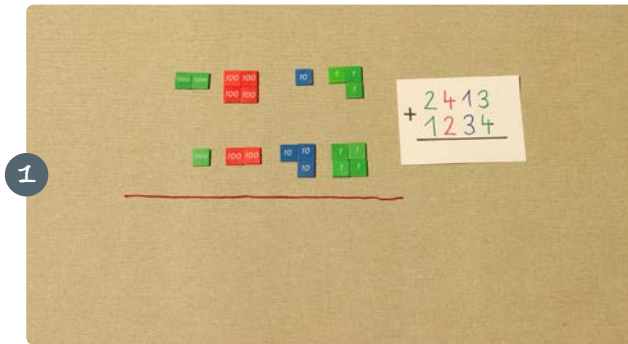
Dann werden die Hunderter abgenommen und zu einem Tausenderwürfel gestapelt.  
Daneben wird ein fixer Tausender hingestellt.



„In der Tausenderkette sind genauso viele Perlen wie im Tausender.“



### 9.1.2. Große Addition mit Marken



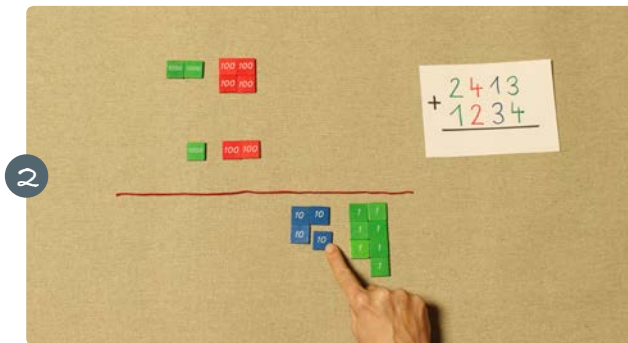
Der Ablauf der Operation gestaltet sich bei Markenspiel und goldenen Perlen gleich.

**1 Darstellung der Aufgabe**

Die beiden Summanden werden mit den kleinen Karten (oder mit Farbstiften geschrieben) dargestellt und die Marken in der Stellenordnung ausgelegt.

*Notation der Zahlen:*

Die Kartensätze können schon bald durch die Notation mit Farbstiften ersetzt werden. Später werden auch die Stellenwerte nicht mehr farblich unterschieden und so auf die übliche Schreibweise für die Arbeit im Heft übergeleitet.

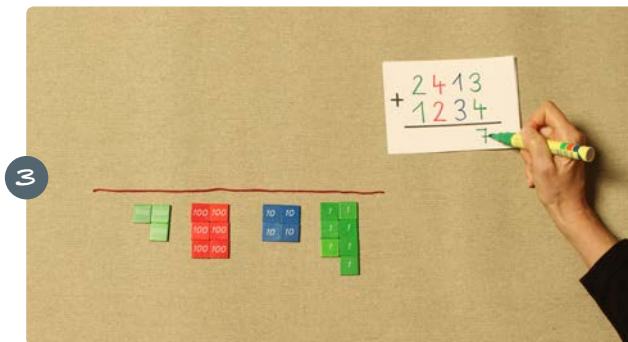


**2 Durchführung der Operation**

Die Marken werden Stelle für Stelle nach unten zusammen geschoben.

*Addition als Handlung:*

Auf dieser Stufe löst das Kind die Addition als Handlung. Es gibt die Summanden zusammen (addiert) und zählt beim Ergebnis die Marken.



**3 Feststellen des Ergebnisses**

Die Marken werden gezählt, und wenn notwendig, in die nächst höhere Stelle gewechselt.

Dann wird das Ergebnis aufgeschrieben, und die Aufgabe nochmals besprochen.

„Was hast du getan?“

„Was wolltest du wissen?“

„Kann das Ergebnis stimmen?“

*Übertragung ins Heft:*

Nachdem das Kind das Ergebnis (die Summe) festgestellt hat, kann es die Rechnung in sein Heft übertragen. So wird es mit der späteren Schreibweise vertraut, ohne dass schon schriftlich gerechnet wird.



## 9.3. Kleiner Rechenrahmen

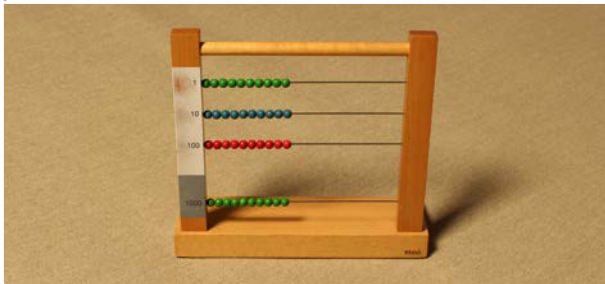
Alter: Ab 6-7 Jahren

### Ziel:

Ausführen von Rechenoperationen auf der zweiten Abstraktionsstufe nach dem Goldenen Perlenmaterial

Die Rechenrahmen sind in ihrer Darstellung der realen Mächtigkeit der Dezimalstellen noch einen Schritt abstrakter als das Markenspiel.

Die Sprossen repräsentieren nun untereinander angeordnet die Dezimalstellen. Auf jeder Stelle stehen nur mehr zehn Perlen zur Verfügung.



### Hinweis:

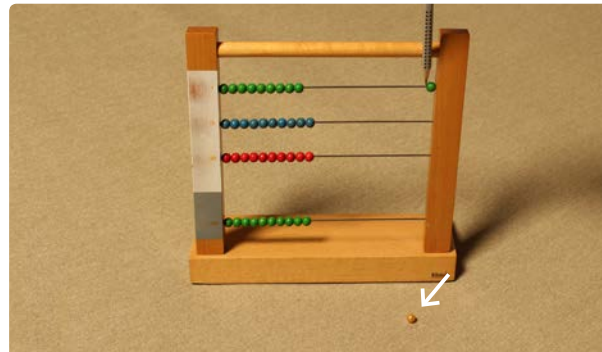
Um bei den Stellenwerten nicht zu verrutschen, ist es hilfreich, die Stelle, auf der man gerade arbeitet, mit dem Daumen am linken Rand des Rahmens zu fixieren.

Die Perlen werden mit einem spitzen Stift verschoben, damit für das Kind der Blick auf die Sprossen nicht durch die Hand verdeckt wird.

### Merkhilfe:

Auf der rechten Seite des Rahmens liegt das Ergebnis, auf der linken Seite ist die Bank, von der die Perlen geholt und von wo weg gewechselt wird.

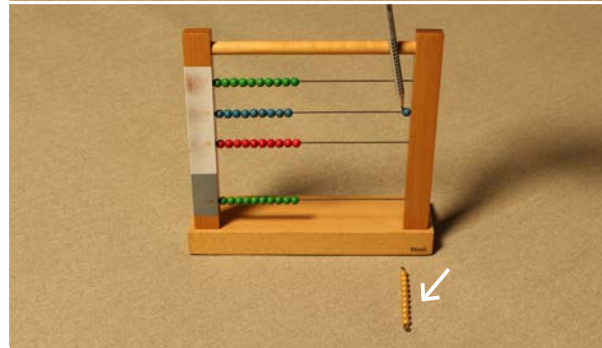
### 9.3.1. Einführung



#### Die Bedeutung der einzelnen Sprossen

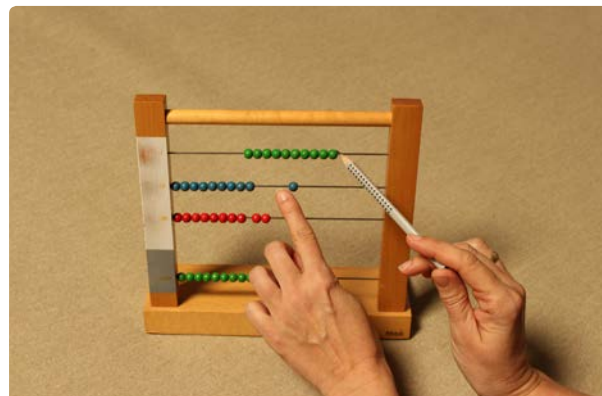
Auf der obersten Sprosse wird eine Perle nach rechts geschoben und eine Einerperle neben den Rahmen gelegt.

„Das ist ein Einer. Das bedeutet Eins.“



„Das ist ein Zehner. Das bedeutet Zehn.“

In gleicher Weise werden dann die Werte der Hundertersprosse und Tausendersprosse durch die „ist“ und „bedeutet“ Formulierung eingeführt.



### Übungen:

#### Zählen

Mit dem Stift werden die Perlen einzeln nach rechts geschoben und gezählt: „Einer: 1, 2, 3, .....10.“ Sind die zehn erreicht, werden die zehn Einer und eine Zehnerperle von der darunter liegenden Sprosse gegengleich verschoben: „Für zehn Einer, ein Zehner.“

Dann wird auf der Zehnersprosse weitergezählt – „Zehner: 1, 2, 3, .....10.“ – und beim Erreichen der Zehn wieder gewechselt.

Der Zählvorgang wird bei eintausend beendet.

## 10.3. Subtrahieren am Rechenrahmen

Alter: Ab 7-8 Jahren

### 10.3.1. Subtrahieren ohne Unterschreitung

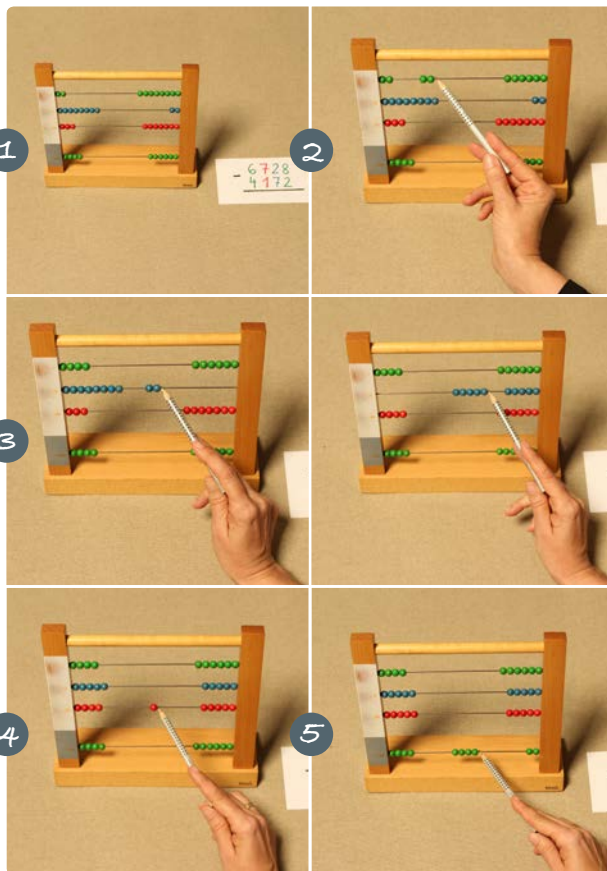
Der Minuend wird am rechten Rand dargestellt. Danach folgt die Subtraktion, indem die Perlen des Subtrahenden stellenweise zurück in die Mitte geschoben werden.

Der Rest bleibt am rechten Rand übrig. Dort wird er abgelesen.

#### Ziel:

Subtraktionen am Rechenrahmen im Restverfahren lösen

### 10.3.2. Subtrahieren mit Unterschreitung



#### Aufgabe darstellen

- 1 Darstellung des Minuenden am rechten Rand.

#### Operation durchführen

Stellenwertweises Wegnehmen des Subtrahenden

- 2 „Einer: minus 2.“  
Zwei Perlen werden von rechts nach links geschoben.
- 3 „Zehner: minus 2 – wechseln – minus 5.“

Der Tauschvorgang (ein Hunderter gegen zehn Zehner) erfolgt gleichzeitig in gegenläufiger Richtung.

- 4 „Hunderter: minus 1.“
- 5 „Tausender: minus 4.“

#### Der Wechselvorgang bei den Zehnern in seinen einzelnen Phasen:

Phase 1: Zwei Zehnerperlen werden mit den Stift nach links geschoben.

Phase 2: Um weiter Zehner abziehen zu können, wird ein Hunderter in zehn Zehner gewechselt.

Phase 3: Dann können auf der Zehnersprosse die restlichen 5 Perlen nach links geschoben werden.

#### Ergebnis feststellen

„Der Rest ist 2556.“

#### Hinweis:

Auf dem kleinen und dem großen Rechenrahmen wird die Subtraktion im Restverfahren durchgeführt. Der Ablauf der Handlung ist auf beiden gleich, sie unterscheiden sich nur im Umfang des Zahlenraumes in dem gerechnet werden kann.

#### Hinleiten zum Überschlagsrechnen:

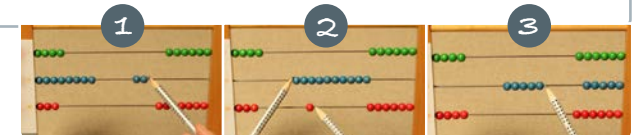
Versuche, bevor du die Rechenarbeit beginnst, herauszufinden, wie das Ergebnis ungefähr sein wird.

#### Tipp:

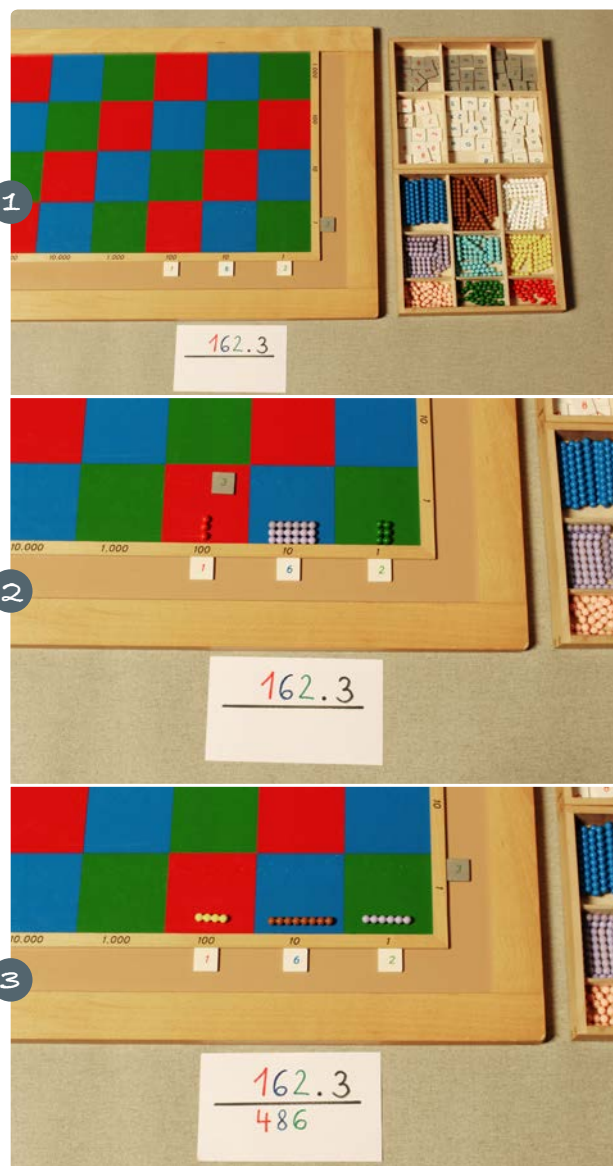
- Vereinfache die Zahlen der Aufgabe
- Löse die vereinfachte Aufgabe im Kopf
- Schreibe dein Schätzergebnis auf und vergleiche es dann mit dem genauen Rechenergebnis.

#### Steigerung der Schwierigkeit:

- ohne Unterschreitung
- mit Unterschreitung
- Aufgaben mit Nullstellen



### 11.3.2. Multiplizieren ohne Kenntnis des Einmaleins



#### Aufgabe darstellen

Der Multiplikand wird mit weißen Plättchen unten waagrecht und der Multiplikator mit grauen Plättchen rechts senkrecht dargestellt.

#### Operation durchführen

Das Multiplikatorenplättchen (3) wird in das Einerfeld gelegt.

„Drei mal zwei“, drei Zweierstäbchen werden waagrecht übereinander ins Einerfeld gelegt.

Das Dreierplättchen wird ins Zehnerfeld weitergeschoben.

„Drei mal sechs“, drei Sechserstäbchen werden waagrecht abgelegt.

In gleicher Weise wird im Hunderterfeld verfahren.

#### Ergebnis feststellen

In jedem Feld werden die Perlen gezählt und in ein Stäbchen gewechselt.

Im Zehnerfeld sind es achtzehn Perlen, sie werden in ein Achterstäbchen und in eine rote Perle gewechselt.

Die acht bleiben im Zehnerfeld, die eine Perle kommt als ein Hunderter in das Hunderterfeld. Im Hunderterfeld liegen dann vier Perlen, die in ein Viererstäbchen gewechselt werden.

Die Rechnung wird notiert:  $162 \cdot 3 = 486$

#### Ziel:

Multiplikation mit einstelligem Multiplikator

Auf dieser Stufe braucht das kleine Einmaleins noch nicht beherrscht werden.

#### Hinweis:

Ordnet man die Perlen waagrecht in die Ergebnisfelder, so wird gut erkennbar, dass hier die Zahl 162 dreimal gelegt wurde.

11.4.3. Multiplizieren mit mehrstelligem Multiplikator und unmittelbarem Zusammenfügen der Zwischenergebnisse



Der Ablauf der Operation ist komprimiert. Die Zwischenergebnisse werden nicht nach oben zurückgeschoben. Die Multiplikationen der nächsten Schritte werden gleich dazu addiert.

*Steigerung der Schwierigkeit:*

*Ohne Überschreiten beim Hinzuaddieren, z.B:*

Z	T	H	Z	E	.	Z	E
		2	1	2		1	3

*Mit Überschreitung beim Hinzuaddieren, z.B:*

Z	T	H	Z	E	.	Z	E
		8	2	3		6	3

*Hinweis:*

In diesem letzten Schritt werden die Multiplikation und die Addition nahezu verschmolzen. Beobachtet man Kinder, wie sie diese komplexe Operation routiniert durchführen, könnte leicht der Eindruck entstehen, dass hier lediglich ein unverstandener Automatismus abgearbeitet wird. Das Gegenteil ist aber der Fall. Richtig gelöst kann die Aufgabe nur dann werden, wenn in jedem Schritt die Handlung von einer mathematischen Überlegung gesteuert wird. Ein Selbstversuch wird Sie davon überzeugen.

*Hinleiten zum Überschlagsrechnen:*

Versuche, bevor du die Rechenarbeit beginnst, herauszufinden, wie das Ergebnis ungefähr sein wird.

*Tipp:*

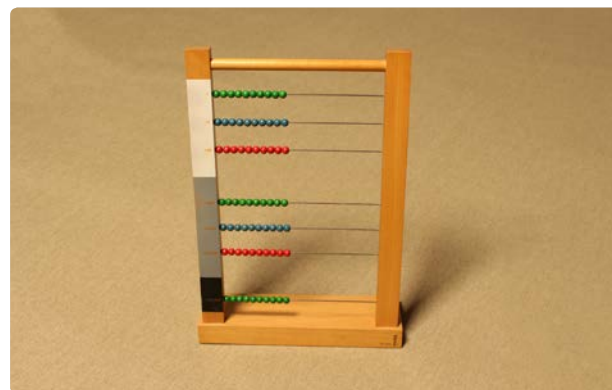
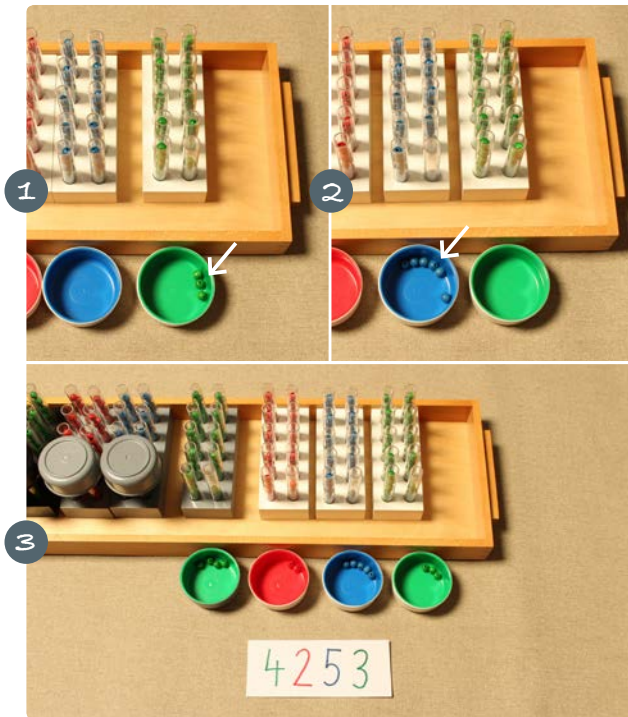
- Vereinfache die Zahlen der Aufgabe und löse sie dann im Kopf.
- Schreibe dein Schätzergebnis auf und vergleiche es dann mit dem genauen Rechenergebnis.



## 12.3. Dividieren mit sehr großen Zahlen - Apotheke

Alter: Ab 7-8 Jahren

### 12.3.1. Apotheke - Einführung



Die perlengefüllten Röhrrchen in den Holzständern bilden die Bank.

- Gibt man Perlen in die zugehörigen Schälchen, so bekommen sie die Bedeutung einer Zahl.
- Die Farben der Holzständer und Schälchen: Weiß bedeutet, dass hier in der Bündelungsfolge (Würfel-Stange-Platte) mit Einern gebündelt wird. Grau steht für die Bündelung mit Tausendern und schwarz für die Million.

M HT ZT T H Z E

**Dividend:** Aufstellung wie hier abgebildet.

Einzelne Perlen werden in die Schälchen geschüttet und die dargestellte Menge benannt.

- 1 „Drei grüne Perlen im Einerschälchen bedeuten drei.“
- 2 „Sechs blaue Perlen im Zehnerschälchen bedeuten sechzig.“ - usw. auf allen Stellen.
- 3 Dann wird das Darstellen und Benennen von Zahlen geübt.

Dem Kind sollte auch geläufig werden, wie große Zahlen übersichtlich geschrieben werden.

Der Divisor wird mit farbigen Kegeln auf Divisionsbrettern dargestellt.

**Analogie zum Großen Rechenrahmen:**

- Die Perlen links sind die Bank.
- Nach rechts geschoben stellen sie eine Zahl dar.
- Die Farbfolge weiß – grau – schwarz findet sich am linken Rand des Rahmens. Auch hier steht
  - weiß für die Bündelungseinheit Einer
  - grau für die Bündelungseinheit Tausender
  - schwarz für die Bündelungseinheit Million

**Ziel:**

Dividieren mit sehr großen Zahlen (Dividend bis zu sieben Stellen, Divisor bis zu vier Stellen)



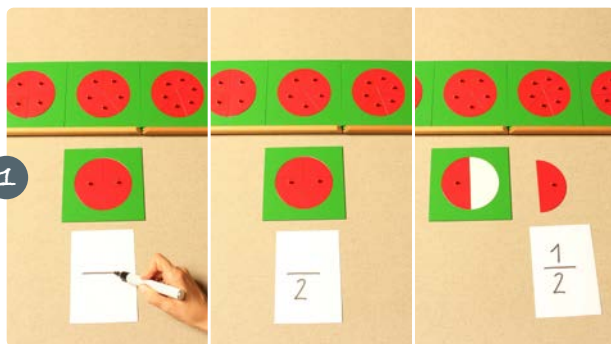
**Hinweis:**

Wenn das Kind in die Arbeit mit der „Apotheke“ einsteigt, hat es schon alle für die Durchführung der Division notwendigen Gedankengänge erworben und diese bei den goldenen Perlen und dem Markenspiel geübt und verinnerlicht. Die „Apotheke“ bringt nicht grundsätzlich Neues, mit ihr erweitert sich jedoch der Zahlenraum in dem Divisionen durchgeführt werden können.

**Tipp:**

In der Praxis hat es sich bewährt, mit der Apotheke am Tisch zu arbeiten.

## 13.2. Die Schreibweise von Brüchen



### Bedeutung des Bruchstrichs

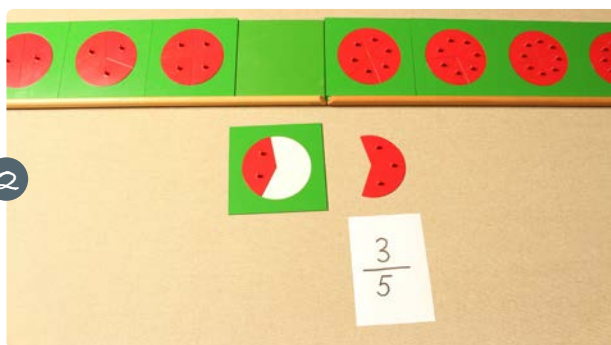
„Dieser Strich bedeutet ich teile.“

### Bedeutung des Nenners

„Ich teile ein Ganzes in 2 Teile  
(schreibt 2 unter den Strich) ...“

### Bedeutung des Zählers

„... und nehme 1 davon  
(schreibt 1 über den Strich), ein Halbes.“

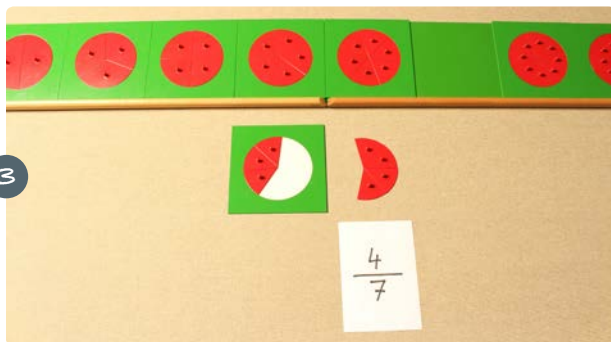


### Brüche schreiben

Auf diese Weise wird die Schreibweise aller Brüche eingeführt.

Beispiel:

„Ich teile ein Ganzes in 5 Teile und nehme 3 davon,  
drei Fünftel.“



### Üben

Brüche darstellen:

„Lies diese Bruchzahl und lege den Bruch dazu.“

Brüche aufschreiben:

Die Leiterin legt einen Bruch heraus.

„Schreibe auf, welcher Bruch das ist. –

Lies dann die Bruchzahl.“

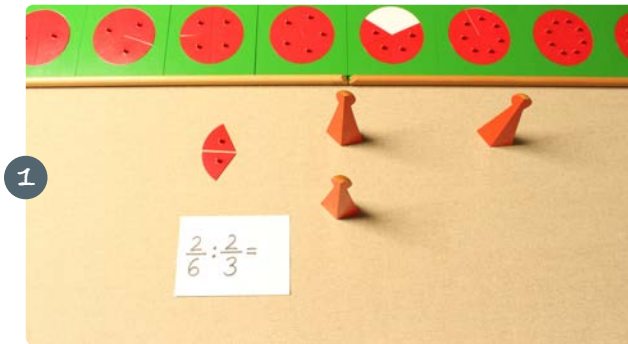
### Ziel:

Die Bedeutung der Schreibweise von Brüchen verstehen und verwenden können

### Tipp:

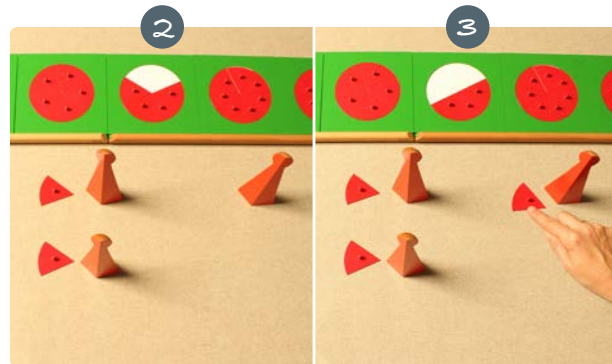
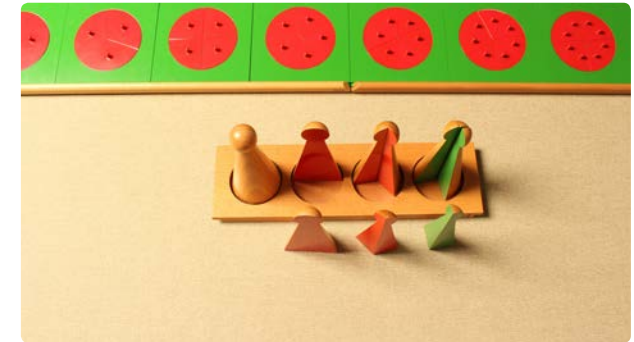
Kinder lieben es, die Brüche auf Papier zu übertragen, auszuschneiden und zu beschriften.

### 13.11. Dividieren – Bruch durch Bruch



Bevor die Leiterin mit der Lektion beginnt, bringt sie in Erinnerung, dass bei der Division das Ergebnis das ist, was ein (ganzer) Kegel bekommt.

- 1 **Aufgabe darstellen**  
„Zwei Sechstel geteilt durch zwei Drittel.“



- 2 **Operation durchführen – 1. Schritt:**  
„Die Sechstel werden den zwei Drittelkegeln zugeteilt.“

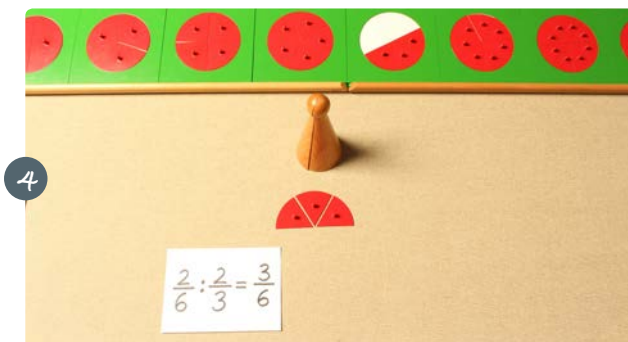
- 3 **Operation durchführen – 2. Schritt:**  
„Das Ergebnis ist, was ein ganzer Kegel bekommt. Daher bekommt auch der dritte Kegelteil ein Sechstel.“

Um das Ergebnis feststellen zu können wird aus der „Bank“ ein Sechstelkreis geholt und dem dritten Drittelkegel zugeteilt.

#### Übungsreihe Bruch dividiert durch Bruch

$\frac{2}{5} : \frac{2}{3} =$	$\frac{6}{10} : \frac{2}{4} =$	$\frac{3}{7} : \frac{3}{4} =$
$\frac{4}{9} : \frac{2}{4} =$	$\frac{2}{5} : \frac{2}{3} =$	$\frac{1}{2} : \frac{1}{2} =$
$\frac{6}{9} : \frac{3}{4} =$	$\frac{4}{7} : \frac{2}{3} =$	$\frac{4}{9} : \frac{1}{2} =$
$\frac{4}{10} : \frac{2}{4} =$	$\frac{6}{9} : \frac{2}{3} =$	$\frac{6}{10} : \frac{3}{4} =$

[Download](#)



- 4 **Ergebnis feststellen**  
„Ein ganzer Kegel bekommt drei Sechstel.“

Durch Fragen führt die Leiterin das Kind darauf hin, dass bei diesen Divisionen das Ergebnis größer wird statt kleiner.

#### Hinweis:

Hinter der Regel „es wird mit dem Kehrwert des Divisors multipliziert“ steht diese Handlung:

„ $\frac{2}{6}$  geteilt durch 2 mal 3.“  $\rightarrow \frac{2}{6} : 2 \cdot 3 =$

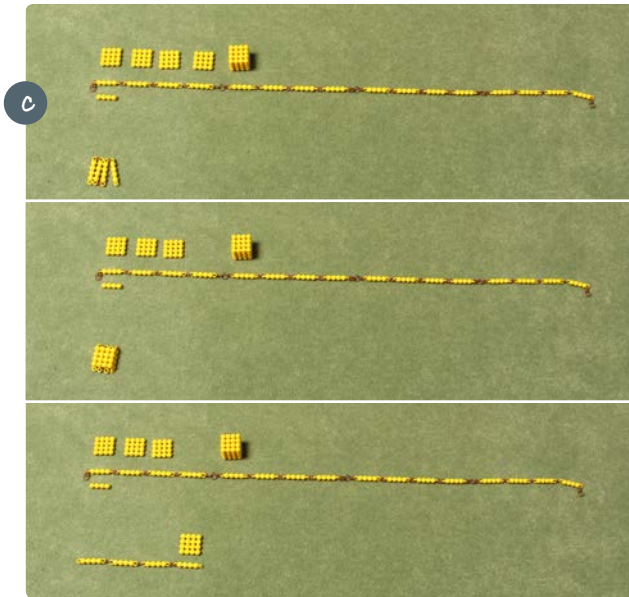
Als Bruch:

$$\frac{2}{6} : \frac{2}{3} = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{12} = \frac{3}{6}$$

mal 3

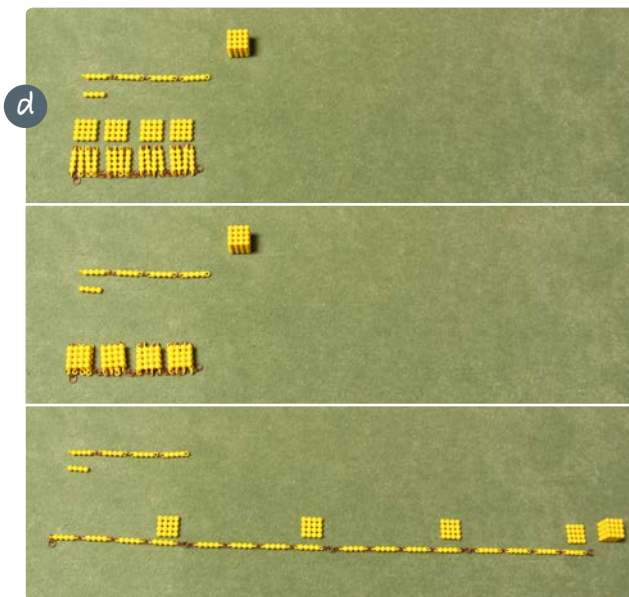
$\frac{2}{6}$  geteilt durch 2





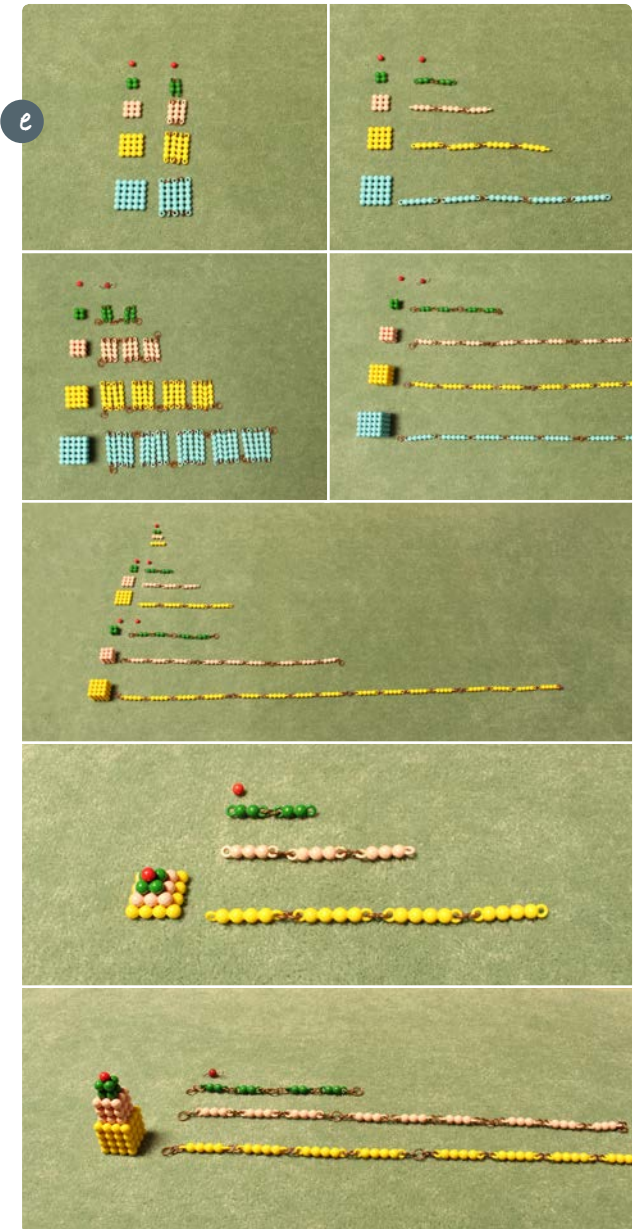
c Kurze Kette falten und Gleichmächtigkeit mit dem Quadrat feststellen

„Die kurze Kette und das Quadrat haben gleich viele Perlen.“



d Lange Kette falten und die Gleichmächtigkeit mit dem Würfel feststellen.

„Die lange Kette hat vier Viererquadrate. Gestapelt ergeben die Viererquadrate einen Viererwürfel. Die lange Viererkette hat gleich viele Perlen wie der Viererwürfel.“





# System der Materialien / Übersicht

ZAHLENRAUM 1 - 10				
1.1, 1.4	1.2	1.3	1.5	1.6
Numerische Stangen	Sandpapier-Ziffern	Ziffern-Brettchen	Spindeln	Ziffern und Chips

RECHNEN IM ZR 10
4.1 - 4.5

Die Materialien können nach den hier angeführten didaktischen Bereichen gruppiert werden. Über die Kapitelangaben sind die Materialien im Buch leicht zu finden.

EINFÜHRUNG IN DAS DEZIMALSYSTEM			
2.1-2.2	2.3	2.4	2.5
Goldenes Perlenmaterial	Kartensatz	Goldenes Perlenmaterial und Kartensatz	Wechselspiel

LINEARES ZÄHLEN					
1.7	5.1	6.1	6.2	6.3	8.1 - 8.5
Farbige Perlentreppe	Seguintafeln 1	Seguintafeln 2	Hunderterkette	Kurze Perlenketten	Tausenderkette
	5.2		6.4 - 6.5		8.6 - 8.7
	Analogieaufgaben im zweiten Zehner		Hunderterbrett		Rechnen im ersten Tausender

ADDITION				
GROSSE ZAHLEN				
3.1	9.1	9.2	9.3	9.5
Goldenes Perlenmaterial	Markenspiel	Punktspiel	Kleiner Rechenrahmen	Großer Rechenrahmen
GRUNDAUFGABEN				
5.3	5.4	5.5	5.7, 5.8	
Schlangenspiel	Streifenbrett	Zehnerüberschreitung mit der Kraft der 5	Kontrolltafeln und Aufgabenkästen	

SUBTRAKTION		
GROSSE ZAHLEN		
3.2	10.1	10.3
G. P. M. Restverfahren	Markenspiel	Rechenrahmen
10.2		
Mit dem Ergänzungsverfahren		
GRUNDAUFGABEN		
5.6		5.9
Schlangenspiel		Kontrolltafeln und Aufgabenkästen

MULTIPLIKATION			
GROSSE ZAHLEN			
3.3	11.1	11.2	11.3
Goldenes Perlenmaterial	Markenspiel	Großer Rechenrahmen	Schachbrett
			11.4
			Liegender Rechenrahmen
GRUNDAUFGABEN			
7.1 - 7.3, 7.7 7.12, 7.13	7.4 - 7.5	7.8 - 7.10	7.9
Perlenstäbchen	Kleines Multiplikationsbrett	Multiplikationstabellen und Aufgabenkästen	Pythagorasbrett

DIVISION		
GROSSE ZAHLEN		
3.4	12.1 - 12.2	12.3
Goldenes Perlenmaterial	Markenspiel, Goldenes Perlenmaterial	Große Division mit Apotheke
GRUNDAUFGABEN		
7.6	7.11	
Divisionsbrett	Divisionstabellen und Aufgabenkästen	

HIERARCHIE DER ZAHLEN
9.4

PERLENREGAL
14.

BRÜCHE
13.